

UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



TESIS

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL MÉTODO MATRICIAL
FRENTE AL SOFTWARE ETABS 2015 EN EL ANÁLISIS
ESTRUCTURAL DE EDIFICACIONES**

PRESENTADO POR

Bach. Marco Antonio, CHURACUTIPA MAMANI
PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE:
INGENIERO CIVIL

JULIACA – PERÚ

2016

DEDICATORIA

Esta tesis se la dedico a mi Dios quién supo guiarme por el buen camino, darme fuerzas para seguir adelante y no desmayar en los problemas que se presentaban, enseñándome a encarar las adversidades sin perder nunca la dignidad ni desfallecer en el intento.

Para mi familia por su apoyo, consejos, comprensión, amor, ayuda en los momentos difíciles, y por ayudarme con los recursos necesarios para estudiar. Me han dado todo lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi carácter, mi empeño, mi perseverancia, mi coraje para conseguir mis objetivos.

A mis niñas Isabel y Gabriela que son mi razón de ser y mi luz en el camino. A mi madre que desde la eternidad me brinda todo su apoyo para verme realizado y cumplir con mis más caros anhelos.

*"La dicha de la vida
consiste en tener siempre
algo que hacer, alguien a
quien amar y alguna cosa
que esperar".*

Thomas Thalmers

AGRADECIMIENTO

Al alma mater "Universidad Alas Peruanas, a la facultad de Ingenierías y Arquitectura, en especial a la escuela académico profesional de Ingeniería Civil", y a todos los docentes por el conocimiento compartido.

A todos los amigos con quienes siempre es posible conversar sobre la ingeniería y su relación frente a los vertiginosos cambios de la ciencia y tecnología, esperando siempre mantenernos a la vanguardia del conocimiento.

RESUMEN

Los métodos clásicos de análisis estructural desarrollado a fines del siglo XIX, tienen las cualidades de la generalidad, simplicidad lógica y elegancia matemática. La principal objeción a los primeros métodos de análisis fue que los mismos conducían a sistemas con un gran número de ecuaciones lineales, difíciles de resolver manualmente. Con los computadores, capaces de realizar el trabajo numérico, esta objeción no tiene ahora sentido, mientras que la generalidad de los métodos permanece. Esto explica por qué los métodos matriciales deben en su tratamiento básico de las estructuras más al siglo XIX que al XX. El empleo de la notación matricial presenta dos ventajas en el cálculo de estructuras. Desde el punto de vista teórico, permite utilizar métodos de cálculo en forma compacta, precisa y, al mismo tiempo, completamente general. Esto facilita el tratamiento de la teoría de estructuras como unidad, sin que los principios fundamentales se vean oscurecidos por operaciones de cálculo, por un lado, o diferencias físicas entre estructuras, por otro. Desde el punto de vista práctico, proporciona un sistema apropiado de análisis de estructuras y determina una base muy conveniente para el desarrollo de programas de computación como el Etabs 2015, que permite el cálculo estructural de edificios y otras estructuras complejas en tiempos muy reducidos. Las virtudes del cálculo con computadora radican en la eliminación de la preocupación por las operaciones rutinarias, el ingenio necesario para preparar el modelo con que se pretende representar la realidad y el análisis crítico de los resultados. Sin embargo el manejo del computador no debe ser empírico, pues los resultados obtenidos deben ser verificables, sometidos a juicio. El software Etabs ofrece cálculos con muy buena aproximación al cálculo obtenido por el método matricial en cálculo de vigas continuas, sin embargo para el cálculo de pórticos el software tiene algunas definiciones preestablecidas, como la definición de brazos rígidos en los nudos de viga columna, esta definición genera otro valor numérico significativo en comparación al método matricial.

ABSTRACT

The classical methods of structural analysis developed at the end of the nineteenth century have the qualities of generality, logical simplicity and mathematical elegance. The main objection to the first methods of analysis was that they led to systems with a large number of linear equations, difficult to solve manually. With computers, capable of performing numerical work, this objection is now meaningless, while the generality of methods remains. This explains why matrix methods must in their basic treatment of structures more to the nineteenth century than to the twentieth. The use of matrix notation presents two advantages in the calculation of structures. From the theoretical point of view, it allows to use calculation methods in compact, precise and, at the same time, completely general form. This facilitates the treatment of structural theory as a unit, without fundamental principles being obscured by calculations on the one hand, or physical differences between structures, on the other. From the practical point of view, it provides an appropriate system of structure analysis and determines a very convenient basis for the development of computer programs such as the Etabs 2015, which allows the structural calculation of buildings and other complex structures in very short times. The virtues of computer calculation lie in the elimination of the concern for routine operations, the ingenuity necessary to prepare the model with which it is intended to represent reality and the critical analysis of the results. However the management of the computer should not be empirical, because the results obtained must be verifiable, submitted to judgment. The software Etabs offers calculations with a very good approximation to the calculation obtained by the matrix method in calculation of continuous beams, however for the calculation of porticos the software has some preset definitions, as the definition of rigid arms in the nodes of column beam, this Definition generates another significant numerical value in.

INDICE

RESUMEN	iv
ABSTRACT.....	v
INDICE	vi
INDICE DE FIGURAS	ix
INDICE DE CUADROS	x
INTRODUCCIÓN	11
1 PLANTEAMIENTO METODOLÓGICO	12
1.1 DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA	12
1.2 DELIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN.....	13
1.2.1 Delimitación espacial	13
1.2.2 Delimitación social	14
1.2.3. Delimitación temporal	14
1.2.4. Delimitación conceptual	14
1.3. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	15
1.3.1. Problema General.....	15
1.3.2. Problemas Específicos	15
1.4. OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN	15
1.4.1. Objetivo General.....	15
1.4.2. Objetivos Específicos	15
1.5. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN	16
1.5.1. Hipótesis General	16
1.5.2. Hipótesis Específicas.....	16
1.6. VARIABLES DE LA INVESTIGACIÓN.....	17
1.6.1. Variable independiente	17
1.6.2. Variable dependiente:.....	17
1.6.3. Indicadores:	17
1.6.4. Operacionalización de Variables.	18
1.7. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	18
1.7.1. Tipo y nivel de investigación	18
a) Tipo de investigación	18

b)	Nivel de investigación	19
1.7.2.	Diseño y método de investigación	19
a)	Método de investigación	19
b)	Diseño de investigación	19
1.7.3.	Población y muestra de la investigación	20
a)	Población	20
b)	Muestra	20
1.7.4.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	21
a)	Técnicas	21
b)	Instrumentos	21
1.8.	JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN	21
1.8.1.	Justificación	21
1.8.2.	Importancia	22
1.8.3.	Limitaciones	22
2.	MARCO TEÓRICO	24
2.1.	ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	24
2.1.1.	Antecedentes internacionales	24
2.1.2.	Antecedentes nacionales	25
2.2.	BASES TEÓRICAS	26
2.2.1.	Edificación.	26
2.2.2.	Sistemas constructivos.	27
2.2.3.	Elementos estructurales de una edificación.	32
2.2.4.	Propiedades de los materiales de construcción	38
2.2.5.	Estructuración	43
2.2.6.	Predimensionamiento de elementos estructurales.	43
2.2.7.	Metrado de cargas	49
2.2.8.	Combinación de cargas	49
2.2.9.	Combinación de cargas según ACI	50
2.2.11.	Idealización estructural	52
2.2.12.	Análisis estructural	53
2.3.	DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS	75
3.0.	PROPUESTA TECNICA DE LA INVESTIGACIÓN	81
3.1.	FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA	81

3.2. DESARROLLO TECNICO DE LA INVESTIGACION	82
3.2.1. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES CON EL MÉTODO MATRICIAL DE ESTRUCTURAS.	82
3.2.2. ANÁLISIS ESTRUCTURAL CON EL SOFTWARE ETABS 2015.....	83
3.3. VIABILIDAD DEL ESTUDIO.....	89
3.3.1. Viabilidad técnica.....	89
3.3.2. Viabilidad económica.....	89
3.3.3. Viabilidad social.....	91
4.0. PRESENTACIÓN, ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.....	92
4.1. EXPERIMENTACIÓN Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	92
4.2. CONTRASTACION DE LA HIPOTESIS	94
4.2.1. Hipótesis del investigador.....	94
4.3. DISCUSION DE RESULTADOS.....	101
CONCLUSIONES	103
RECOMENDACIONES	104
BIBLIOGRAFÍA	105

INDICE DE FIGURAS

Figura N°: 1 Localización del trabajo de investigación	13
Figura N°: 2 Sistema Aporticado	27
Figura N°: 3 Muros de Ductilidad Limitada	30
Figura N°: 4 Sistema Dual	31
Figura N°: 5 Elementos Estructurales	32
Figura N°: 6 Losa Aligerada	33
Figura N°: 7 Losa Aligerada	35
Figura N°: 8 Columna	36
Figura N°: 9 Columna	36
Figura N°: 10 Muros de Corte.....	37
Figura N°: 11 Zapatas	38
Figura N°: 12 Compresión	40
Figura N°: 13 Estructuración	43
Figura N°: 14 Losa Aligerada	44
Figura N°: 15 Vigas	44
Figura N°: 16 Pórticos	47
Figura N°: 17 Idealización Estructural	53
Figura N°: 18 Hiperestaticidad.....	55
Figura N°: 19 Hiperestaticidad.....	55
Figura N°: 20 Hiperestaticidad.....	55
Figura N°: 21 Hiperestaticidad.....	56
Figura N°: 22 Hiperestaticidad.....	57
Figura N°: 23 Hiperestaticidad.....	57
Figura N°: 24 Hiperestaticidad.....	58
Figura N°: 25 Hiperestaticidad.....	59
Figura N°: 26 Hiperestaticidad.....	60
Figura N°: 27 Hiperestaticidad.....	60
Figura N°: 28 Hiperestaticidad.....	61
Figura N°: 29 Hiperestaticidad.....	62
Figura N°: 30 Hiperestaticidad.....	63
Figura N°: 31 Hiperestaticidad.....	64

Figura N°: 32 Hiperestaticidad.....	65
Figura N°: 33 Apoyos	66
Figura N°: 34 Apoyos	67
Figura N°: 35 Apoyos	68
Figura N°: 36 Hiperestaticidad.....	69
Figura N°: 37 Ecuación de Rigidez.....	72
Figura N°: 38 Ecuación de Rigidez.....	73
Figura N°: 39 Modelamiento 3D	75
Figura N°: 40 Curva de Elasticidad	78
Figura N°: 41 Matriz	79
Figura N°: 42 Reacciones	80

INDICE DE CUADROS

Cuadro Nro: 1.....	20
Cuadro Nro: 2.....	29
Cuadro Nro: 3.....	34
Cuadro Nro: 4.....	38
Cuadro Nro: 5.....	41
Cuadro Nro: 6.....	42
Cuadro Nro: 7.....	45
Cuadro Nro: 8.....	45
Cuadro Nro: 9.....	48
Cuadro Nro: 10.....	50

INTRODUCCIÓN

En la ingeniería estructural, la tecnología se ha desarrollado a pasos agigantados y el uso de programas para análisis y diseño estructural ha llegado a las universidades sin tener una base de aplicación sólida, por lo que este estudio se enfoca en el buen uso y confianza del programa.

Etabs es parte de programas que cumplen las características antes descritas, además de conocidos y usados por la ingeniería civil, y para solucionar ese problema, de incertidumbre de cálculo que presenta el método de cálculo realizado con el software Etabs, es que se determinara con la comprobación y validación con el método matricial.

La Ingeniería Estructural consiste en etapas de análisis y diseño de un sistema estructural. Los objetivos técnicos de procedimiento de análisis, en su mayor parte se refieren a la determinación de fuerzas y desplazamientos de una línea resistente dada. El diseño incluye la selección y el detallamiento de los componentes que conforman el sistema estructural.

En un sentido más amplio, esta área de la ingeniería va más allá de la fase del diseño y análisis, presentando los proyectos de obras civiles fases: de conceptualización, construcción y mantenimiento. El ingeniero estructural puede ser requerido para participar en cualquiera de estos niveles. Esta discusión acerca del proceso de análisis y diseño es sólo una parte de todas las responsabilidades del ingeniero. Sin embargo, es un paso muy importante para alcanzar el objetivo final de la ingeniería: una estructura segura y económica

El presente trabajo de investigación aplicado a edificios de Concreto Armado, se desarrolla paso a paso, y se explica la aplicación correcta del programa, y a su vez se ha realizado la comprobación de los resultados con el método matricial de rigidez, de los cuales existe una coincidencia satisfactoria de los resultados en vigas, pórticos, cerchas, los cuales son los elementos estructurales comunes en una edificación.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO METODOLÓGICO

1.1 DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA

En avance de la tecnología y la ciencia trajo como consecuencia la automatización de procesos industriales, cálculos matemáticos, no obstante en la Ingeniería Civil muchos procesos de cálculo y diseño estructural en toda su magnitud se realizan con el uso del computador, perdiendo muchas veces el fundamento de cálculo analítico, y la pérdida de capacidad de juicio frente a los resultados obtenidos de un programa del computador.

En calculo estructural de edificaciones es un proceso previo al diseño estructural del mismo, este proceso de cálculo es muy tedioso y laborioso por lo que en la actualidad este proceso de cálculo se confía a los programas del computador como el Etabs 2015, y otros los cuales nos dan resultados de forma inmediata, sin embargo esto debe ser verificado y determinar el grado de confianza del mismo, con la finalidad de recomendar el uso del Software para cálculos estructurales.

El Etabs es un programa de análisis y diseño estructural basado en el método de los elementos finitos con características especiales para el

análisis y diseño estructural de edificaciones. Este programa trabaja dentro de un sistema de datos ingresados, todo lo que se necesita es integrar el modelo dentro de un sistema de análisis y diseño con una versátil interfase. Los efectos que el programa proporciona son instantáneos y automáticos.

1.2 DELIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

1.2.1 Delimitación espacial

El estudio que se pretende desarrollar se encuentra delimitado según las siguientes consideraciones de localización:

- Departamento : Apurimac
- Provincia : Cotabambas
- Distrito : Challhuahuacho

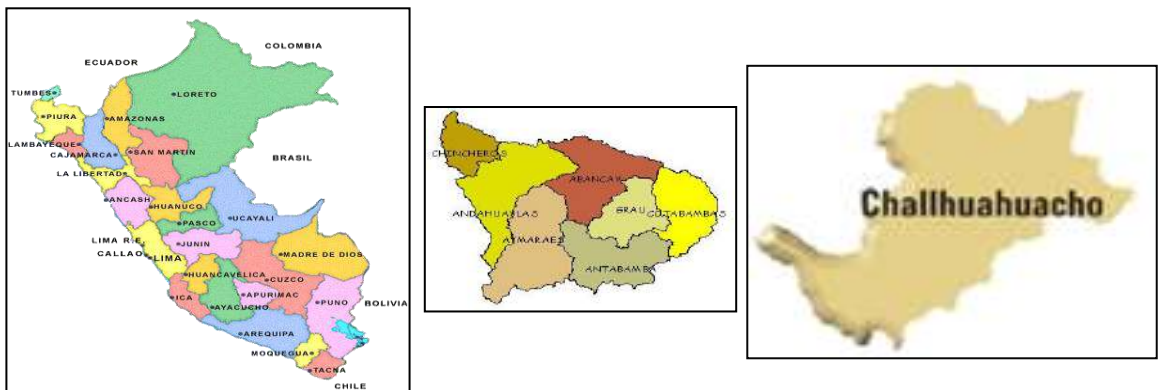


Figura N°: 1 Localización del trabajo de investigación

Fuente. INEI -2007

1.2.2 Delimitación social

Se va a trabajar con un proyecto de edificaciones, para uso de educación, ubicado en la región Apurímac Perú, Tomando como muestra una edificación que contenga elementos estructurales como cerchas, vigas, losas, pórticos, cargas como albañilería, acabados, carga de ocupación.

1.2.3. Delimitación temporal

El presente trabajo de investigación se desarrolló en un periodo de 11 meses contados a partir del mes de enero hasta el mes de Noviembre del presente año 2016, tiempo permitirá la planificación, trabajo de campo y análisis e interpretación de resultados y presentación de resultados y sustentación y defensa de tesis.

1.2.4. Delimitación conceptual

El presente trabajo se desarrolla con el uso ecuaciones del análisis estructural, para encontrar los esfuerzos internos, deformaciones y tensiones que actúan sobre una estructura resistente, como edificaciones, para lo cual se realizara el cálculo estructural con el uso del Software Etabs ETABS (Extended Three Dimensional Analysis of Building Systems o Análisis Tridimensional Extendido de Edificaciones) es uno de los programas de propósito específico, con el que se pueden realizar análisis estáticos y dinámicos, así como el uso del método matricial y la rigidez es un método de cálculo aplicable a estructuras hiperestáticas de barras que se comportan de forma elástica y lineal. En inglés se le denomina direct stiffness method (DSM, método directo de la rigidez), aunque también se le denomina el método de los desplazamientos.

1.3. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.3.1. Problema General

¿Cuál es la aproximación numérica del software Etabs 2015 para determinar las respuestas estructurales como desplazamientos, reacciones en el cálculo estructura de edificaciones frente al método matricial de rigidez?

1.3.2. Problemas Específicos

¿Qué valores se obtiene al Analizar los elementos estructurales de una edificación con el software Etabs 2015?

¿Qué valores se obtiene al Analizar los elementos estructurales de una edificación con el uso del método matricial. ?

¿Qué diferencias y semejanzas presenta los métodos Etabs 2015 y matricial en el análisis estructural de edificaciones. ?

1.4. OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

1.4.1. Objetivo General

Analizar comparativamente el cálculo estructural mediante el software Etabs 2015 frente al método matricial de estructuras en edificaciones – 2016.

1.4.2. Objetivos Específicos

Determinar los esfuerzos de corte, momentos y desplazamientos en los elementos estructurales de una edificación con el software Etabs 2015.

Determinar los esfuerzos de corte, momentos y desplazamientos en los elementos estructurales de una edificación con el Método Matricial.

Explicar las diferencias y semejanzas presenta los métodos Etabs 2015 y matricial en el análisis estructural de edificaciones.

1.5. HIPÓTESIS DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1. Hipótesis General

El análisis estructural de los elementos estructurales de una edificación con el método matricial y el software Etabs 2015 presenta resultados numéricos coincidentemente satisfactorios.

1.5.2. Hipótesis Específicas

El Software Etabs 2015 es preciso en el cálculo estructural de elementos estructurales de una edificación.

El método matricial es preciso en el cálculo estructural de elementos estructurales de una edificación.

El Software Etabs 2015 y método matricial no presenta diferencias numéricas significativas.

1.6. VARIABLES DE LA INVESTIGACIÓN

1.6.1. Variable independiente

Las variables independientes para el proyecto de investigación son los métodos de análisis estructural:

- Método Matricial de Estructuras
- Método de Cálculo de Etabs 2015

Los cuales realizan procedimientos de cálculo independientes en función a los datos asignados o propiedades físicas de los elementos estructurales en estudio.

1.6.2. Variable dependiente:

Las variables dependientes son los resultados del proceso de cálculo realizado por los métodos de análisis estructural, las variables son reacciones, momentos, deformaciones.

1.6.3. Indicadores:

- Desplazamientos
- Rotaciones
- Momentos
- Cortantes

1.6.4. Operacionalización de Variables.

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	UNIDADES DE MEDIDA
Variable Independiente (X) MÉTODOS ANALISIS ESTRUCTURAL	Método Etabs 2015	CERCHAS Y/o TEJERALES Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales	mm Kg, Ton
		VIGAS Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales Rotaciones	mm Kg, Ton Radianes
		Pórticos Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales Rotaciones	mm Kg, Ton Radianes
	Método Matricial	CERCHAS Y/o TEJERALES Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales	mm Kg, Ton
		VIGAS Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales Rotaciones	mm Kg, Ton Radianes
		Pórticos Desplazamientos Nodales Reacciones Nodales Rotaciones	mm Kg, Ton Radianes
Variable dependiente (y)	Esfuerzo de corte	CERCHAS, VIGAS, PORTICOS	Kg
	Momento Flector	VIGAS, PORTICOS	Kg-cm
	Desplazamiento	CERCHAS, VIGAS, PORTICOS	cm

1.7. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1.7.1. Tipo y nivel de investigación

a) Tipo de investigación

El estudio de investigación según el proceso investigativo corresponde a una investigación cuantitativa, por el mismo hecho de que se realizara un análisis de los resultados utilizando herramientas estadísticas.

El presente estudio por sus características del problema de Investigación corresponde al enfoque cuantitativo, su propósito es aplicativo por que se pretende Analizar y explicar la eficacia de los métodos de análisis estructural (variable independiente) sobre la cálculo de reacciones, momentos, desplazamientos (variable independiente) en estudio, como

menciona (Charaja,2009) porque está orientado a conocer y precisar las diferencias y similitud del método Etabs 2015 en la medición del análisis estructural la variable dependiente frente al método matricial en el cálculo de reacciones, momentos, desplazamientos.

b) Nivel de investigación

El presente trabajo de investigación, al tratarse de una tesis de ingeniería, se encuentra en el Nivel relacional, No son estudios de causa y efecto; solo demuestra dependencia probabilística entre eventos; entonces se determinara el nivel de significancia delas muestras obtenidas mediante el método matricial y el software Etabs 2015.

1.7.2. Diseño y método de investigación

a) Método de investigación

Para el estudio se enmarca dentro de los métodos de investigación científica Método analítico donde se procesara datos obtenidos mediante cálculo del software Etabs 2015, el cálculo matricial, para ver, por ejemplo las relaciones entre las mismas.

b) Diseño de investigación

La presente es una investigación Diseños longitudinales panel, el mismo grupo de elementos estructurales es medido en todos los tiempos o momentos, con la aplicación del software Etabs 2015 y el método matricial de estructuras.

En la presente Investigación por sus características es una Investigación cuantitativa.

Cuadro Nro: 1
Diseño de Investigación

Nudos	Resultados	Resultados
	Metodo Matricial	Método Etabs
1	Valor 1	Valor 1
2	Valor 2	Valor 2

Fuente: Elaboración Propia.

1.7.3. Población y muestra de la investigación

a) Población

La población está constituido por los elementos estructurales de una edificación que consta de cerchas, losas aligeradas, columnas, vigas es sus diferentes estados de carga obtenido de la combinación recomendada por los métodos de cálculo y la normativa. El edificio es estudio está ubicado en el distrito de Challhuahuacho de la provincia de Cotabambas de la región de Apurímac.

b) Muestra

El edificio en estudio está compuesto por dos pisos con ambientes de usos administrativos para sector educación, Salón de Usos múltiples, centro de cómputo, que consta de elementos estructurales como losas, vigas, columnas.

1.7.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

a) Técnicas

Calculo Estructural con Etabs 2015, se hace uso del software de ingeniería con la alimentación de datos técnicos y características físicas de la estructura.

Calculo Estructural con Método Matricial, se hace uso del método matemático con el uso de datos técnicos y características físicas de la estructura.

b) Instrumentos

Ficha de observación: Permite tomar nota de los resultados obtenidos por cada proceso de cálculo de la estructura en estudio.

1.8. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA DE LA INVESTIGACIÓN

1.8.1. Justificación

Los avances de la tecnología obligan al conocimiento cabal a utilizar software de ingeniería y cálculos más precisos con un porcentaje de error casi cero, por lo tanto el conocimiento es analítico y computacional.

La aplicación de los métodos matriciales en la ingeniería es de suma importancia, es uno de los temas más importantes de los que abarca el análisis estructural ya que el 100 % de modeladores de sistemas estructurales se basan en el método, como por ejemplo el Etabs 2015, además de que muchas veces se desconoce los procedimientos de cálculo realizados mediante el programa Etabs 2015.

Además en la presente investigación se detallara un análisis minucioso de los procesos de cálculo aplicados a cerchas, vigas, pórticos ya estos elementos estructurales son comunes en los diseños de edificaciones, puentes, muros de contención, reservorios.

1.8.2. Importancia

El innovador y revolucionario nuevo ETABS es el último paquete de software integrado para el análisis y diseño estructural de edificios. La incorporación de 40 años de investigación y desarrollo continuo, esta última ETABS ofrece modelado basado en objetos 3D sin igual y herramientas de visualización, lineal extraordinariamente rápido y poder de análisis no lineal, capacidad de diseño sofisticadas y completas para una amplia gama de materiales, y las interesantes gráficas pantallas, informes, y dibujos esquemáticos que permiten a los usuarios para descifrar y comprender los resultados de análisis y diseño de forma rápida y fácil.

Sin embargo los procesos de cálculo deben ser comprobados con métodos analíticos para determinar la satisfacción de resultados.

El método matricial de estructuras es un método de análisis que determina todas las variables que presenta una estructura, por lo tanto en la presente investigación se detallara de manera secuencial los procesos de cálculo matricial, con la finalidad de lograr la capacidad de juicio, decisión, para problemas estructurales.

1.8.3. Limitaciones

Las limitaciones durante el desarrollo de la investigación fueron respecto a las limitadas fuentes de información sobre el método matricial detallado de manera secuencial, así mismo en la bibliografía con referente al software Etabs 2015, no se tiene antecedente similar en el análisis estructural de edificaciones.

No obstante en la web se tiene aplicaciones del Etabs, al diseño de edificaciones obviando la parte de análisis y comprobación de resultados de este.

En nuestro medio el aprendizaje del manejo del software Etabs requiere la asistencia de cursos especiales, para la comprensión y manejo del software.

CAPITULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

2.1.1. Antecedentes internacionales

El método matricial de rigidez, es un método que evoluciona tanto, que en la actualidad tiene una teoría ampliamente fundamentada con unas bases definidas y estructuradas lo cual hace de este método un camino para la implementación de software de modelamiento estructural.

Guatemala En noviembre 2013 ING. LUIS ESTUARDO SARA VIA RAMÍREZ, presenta su tesis para obtener grado de MSc. Denominado ANÁLISIS Y DISEÑO CON ETABS, SU APLICACIÓN ADECUADA Y COMPROBACIÓN DE RESULTADOS, APLICADO A EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO, donde concluye que: El programa de Etabs es eficiente para análisis y diseño estructural; Este programa, Etabs, están bien idealizados, que muchas veces se cree que realizan los cálculos y diseños con solo pulsar un botón, siendo esto un concepto erróneo; Por ningún motivo se elimina el criterio del ingeniero estructural, como quedó

demostró en el análisis y diseños estructural, simplemente estos programas facilitan los procesos de análisis y diseños.

2.1.2. Antecedentes nacionales

Perú en 2009 Pedro Julio de la Torre Hermoza Presenta Tesis denominado Diseño de un Edificio de 6 Niveles en Concreto Armado, donde concluye que: Para corregir las deformaciones de los elementos verticales, producto de la aplicación de cargas, se utilizó dos métodos: La opción del programa ETABS de corrección por proceso constructivo y la propuesta del ACI referente a la restricción de nudos. Los resultados en ambos casos fueron parecidos.

Perú en 2009 José Antonio Taboada García en su tesis ANÁLISIS Y DISEÑO DE EDIFICIOS ASISTIDO POR COMPUTADORAS concluye que: Al usar un programa de cómputo se reduce el tiempo de creación del modelo y se pueden realizar modificaciones muy rápidamente. Sin embargo, la veracidad de los resultados está en función de un modelo que se aproxime al comportamiento de la estructura real. En cuanto a la interface gráfica, que ofrece opciones intuitivas para la creación del modelo estructural (ordenadas dentro de menús secuenciales y lógicos), así como a las opciones de presentación de resultados (por medio de gráficos realísticos y tablas) y a las diversidad de análisis que puede realizar el programa, podemos concluir que ETABS es una herramienta que ha probado ser sencilla y bastante completa para el análisis de edificios.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. Edificación.

Se utiliza el término edificación para definir y describir a todas aquellas construcciones realizadas artificialmente por el ser humano con diversos pero específicos propósitos. Las edificaciones son obras que diseña, planifica y ejecuta el ser humano en diferentes espacios, tamaños y formas, en la mayoría de los casos para habitarlas o usarlas como espacios de resguardo. Las edificaciones más comunes y difundidas son los edificios habitacionales, aunque también entran en este grupo otras edificaciones tales como los templos, los monumentos, los comercios, las construcciones de ingeniería, etc.

Una de las características básicas de la edificación es que es una obra que se construye de modo artificial en un determinado espacio. Esto significa que no podemos encontrar edificaciones en la naturaleza, siendo estas siempre producto de la inventiva y de la ejecución humana. Las edificaciones, por otro lado, requieren un complejo sistema de planificación, diseño y ejecución, necesiéndose invertir cierta cantidad de tiempo, capital y material en su realización (cantidades que varían de acuerdo a la complejidad de la edificación).

Dependiendo del uso que se le dé a la edificación, diversos serán los procedimientos de construcción. Al mismo tiempo, en el caso de aquellas edificaciones utilizadas para la vivienda o el desempeño de ciertas actividades del ser humano implicarán también la aparición de sistemas de compra y venta, mientras que otras edificaciones tales como monumentos no suelen requerir tales operaciones.

Entre los diferentes tipos de edificaciones podemos encontrar a los de tipo rural (tales como establos, granjas, silos, sótanos), los de tipo comercial (hoteles, bancos, negocios, restaurantes, mercados), los de tipo residencial (edificios de departamentos, casas particulares, asilos, condominios), los de tipo cultural (escuelas, institutos, bibliotecas, museos, teatros, templos), los

gubernamentales (municipalidad, parlamento, estaciones de policía o bomberos, prisiones, embajadas), los industriales (fábricas, refinerías, minas), los de transporte (aeropuertos, estaciones de bus o tren, subterráneos, puertos) y las edificaciones públicas (monumentos, acueductos, hospitales, estadios). (Delgado, 2012)

2.2.2. Sistemas constructivos.

2.2.2.1. Edificios de pórticos de concreto armado

Definición

Los elementos porticados, son estructuras de concreto armado con la misma dosificación columnas -vigas peraltadas, o chatas unidas en zonas de confinamiento donde forman Angulo de 90° en el fondo parte superior y lados laterales, es el sistema de los edificios porticados. Los que soportan las cargas muertas, las ondas sísmicas por estar unidas como su nombre lo indica-El porticado o tradicional consiste en el uso de columnas, losas y muros divisorios en ladrillo.

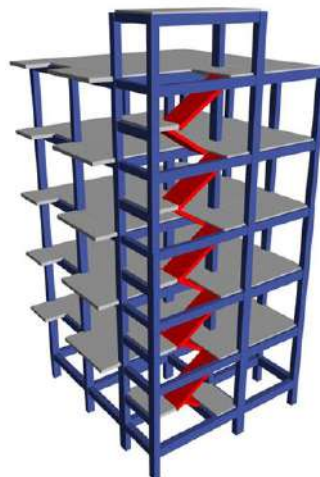


Figura N°: 2 Sistema Aporticado
Fuente: Etabs 2015

Características

Es el sistema de construcción más difundido en nuestro país y el más antiguo. Basa su éxito en la solidez, la nobleza y la durabilidad. Un sistema aporticado es aquel cuyos elementos estructurales principales consisten en

vigas y columnas conectados a través de nudos formando pórticos resistentes en las dos direcciones principales de análisis (x e y).

Ventajas

El sistema porticado tiene la ventaja al permitir ejecutar todas las modificaciones que se quieran al interior de la vivienda, ya que en ellos los muros, al no soportar peso, tienen la posibilidad de moverse.- Sistema porticado posee la versatilidad que se logra en los espacios que implica el uso del ladrillo. "La gente sigue queriendo el ladrillo", se comenta, y se añade que este material aísla más el ruido de un espacio a otro.- El sistema porticado por la utilización muros de ladrillo y éstos ser huecos y tener una especie de cámara de aire, el calor que transmiten al interior de la vivienda es mucho poco.

Desventajas

Este tipo de construcción húmeda es lenta, pesada y por consiguiente más cara. Obliga a realizar marcha y contramarcha en los trabajos. Ejemplo. Se construye la pared y luego se pica parte del muro para hacer las regatas de las tuberías.

2.2.2.2. Edificio de muros de albañilería confinada

La albañilería confinada es aquel tipo de sistema constructivo en el que se utilizan piezas de ladrillo rojo de arcilla Horneada o bloques de concreto, de modo que los muros quedan bordeados en sus cuatro lados, por elementos de concreto armado" Por ejemplo, si se trata de un muro en el primer piso, los elementos confinantes horizontales son la cimentación y la viga de amarre, y los elementos confinantes verticales son las dos columnas de sus extremos nótese que la separación máxima entre columnas debe ser menor que dos veces la altura del entrepiso Para lograr una buena integración entre los muros de albañilería y los refuerzos de concreto armado.

2.2.2.3. Edificio de muros de ductilidad limitada

Edificación de baja altura con alta densidad de muros de concreto armado de ductilidad limitada. Estos edificios se caracterizan por tener un sistema estructural donde la resistencia sísmica y de cargas de gravedad en las dos

direcciones está dada muros de concreto armado que no pueden desarrollar desplazamientos inelásticos importantes.

Cuadro Nro: 2
Cortantes en Muros

Sistema	V_{muro}	$V_{\text{pórtico}}$
Pórticos	$< 0.20 V$	$> 0.80 V$
Dual	$< 0.75 V$	$> 0.25 V$
Muros Estructurales	$> 0.80 V$	$< 0.20 V$

Fuente: RNE -2015

Importancia

El sistema de MDL en la actualidad está siendo muy utilizado en el Perú, debido a la facilidad que la industrialización atraído para este sistema, mediante el uso de encofrados metálicos estructurales y el uso de concreto premezclado, haciendo más ágil y económico el proceso constructivo de las obras.

La importancia estructural de este sistema radica en el uso de muros de concreto, lo cual nos asegura que no se produzcan cambios bruscos de las propiedades resistentes y principalmente de las rigideces.

Definiciones Y Limitaciones

En este sistema los muros son de espesores reducidos, se prescinde de extremos confinados y el refuerzo vertical se dispones en una sola hilera. Los sistemas de piso son losas macizas o aligeradas que cumplen la función de diafragma rígido.

El máximo número de pisos que se puede construir con este sistema es de 7.

Para el análisis y diseño sísmico del edificio se deberá usar $R=4$ ó $R= 3$ si el edificio fuera irregular.

Como se mencionó, los muros son de espesores reducidos(los espesores típicos suelen estar entre los 10 y 15cm), sus bordes no pueden confinarse con estribos y tampoco puede colocarse doble malla, por esa razón a estas edificaciones se les denomina



Figura N°: 3 Muros de Ductilidad Limitada
Fuente: Yáñez, 2006.

Cuando se emplee este sistema en edificios de mayor altura (mayor que 7), los pisos inferiores por debajo de los últimos 6 últimos niveles, deberán estar necesariamente estructurados en base a muros de concreto armado con espesores mayores o iguales a 0.15m, que permitan confinar sus extremos con estribos.

Catalogados dentro de los sistemas estructurales de Muros Portantes, este sistema de estructuración se ha venido aplicando en nuestro país, con una gran intensidad, desde comienzos de la década del 2000. Su característica principal consiste en la alta resistencia que poseen debido a la significativa cantidad de áreas de muros estructurales.

Dada a la gran rigidez lateral del Muro de Ductilidad Limitada, estos elementos absorben grandes cortantes, que a su vez producen grandes momentos

2.2.2.4. Edificios con sistema dual

Es un sistema mixto de pórticos reforzados por muros de carga o diagonales de arriostramiento. En este sistema los muros tienden a tomar una mayor proporción de los esfuerzos en los niveles inferiores, mientras que los pórticos pueden disipar energía en los niveles superiores.

Es el sistema estructural conformado por pórticos de concreto y muros estructurales empleados para resistir fuerzas laterales formado por la

combinación de un sistema resistente y la rigidez de una pared de arriostramiento.



Figura N°: 4 Sistema Dual
Fuente: Yáñez, 2006.

Características

Este sistema se utiliza cuando en el edificio se tendrán fuerzas de distintos tipos: por compresión, flexión o tracción.

Es uno de los sistemas más usados en nuestro país debido a la zona sísmica en la que nos encontramos.

Los muros poseen una riostra de concreto en diagonal y esto hace que aporte mayor rigidez al sistema.

Se utiliza para proyectos con características especiales, como grandes volados o cargas concentradas en ciertos puntos.

En este sistema se usa una mayor cantidad de concreto.

Ventajas

Mejor resistencia sísmica

Es la más recomendable de usar en nuestro país debido a la zona sísmica.

Posee mayor espacio utilizable debido al sistema a porticado que contiene.

Posee una buena rigidez debido al arriostramiento en los muros

Desventajas

El costo de este sistema es más elevado debido al incremento de concreto que es usado en el sistema.

Una edificación al tener dos sistemas estructurales a la vez, ante un sismo el comportamiento en ambos casos es distinto debido a la interacción entre los dos sistemas.

No es factible para edificios muy altos, llegando a un máximo de 10 pisos dependiendo de la zona sísmica.

2.2.3. Elementos estructurales de una edificación.

Elemento estructural es cada una de las partes diferenciadas aunque vinculadas en que puede ser dividida una estructura a efectos de su diseño. El diseño y comprobación de estos elementos se hace de acuerdo con los principios de la ingeniería estructural y la resistencia de materiales.

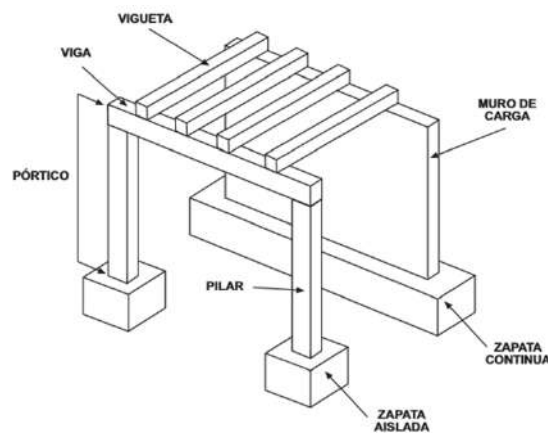


Figura N°: 5 Elementos Estructurales
Fuente: Delgado - 2011.

Clasificación de los elementos

En el caso de construcciones estas tienen nombres que los identifican claramente aunque en el mundo hispano parlante, estos nombres cambian de país a país. Básicamente los elementos estructurales pueden tener estados de tensión uniaxiales, biaxiales o triaxiales según su dimensionalidad y según cada una de las direcciones consideradas pueden existir tanto tracciones como compresiones y finalmente dicho estado puede ser uniforme sobre ciertas secciones transversales o variar de punto a punto de la sección. Los elementos estructurales suelen clasificarse en virtud de tres criterios principales:

Dimensionalidad del elemento, según puedan ser modelizados como elementos unidimensionales (vigas, arcos, pilares,), bidimensionales (placas, láminas, membranas) o tridimensionales.

Forma geométrica y/o posición, la forma geométrica concreta afecta a los detalles del modelo estructural usado, así si la pieza es recta como una viga o curva como un arco, el modelo debe incorporar estas diferencias, también la posición u orientación afecta al tipo de estado tensional que tenga el elemento.

Estado tensional y/o solicitaciones predominantes, los tipos de esfuerzos predominantes pueden ser tracción (membranas y cables), compresión (pilares), flexión (vigas, arcos, placas, láminas) o torsión (ejes de transmisión, etc.). Ref: Popov, Egor P., Engineering Mechanics of Solids, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1990, ISBN 0-13-279258-3

Para edificaciones aporticadas de concreto armado los elementos estructurales más comunes presentes son:

2.2.3.1. Losas aligeradas

La losa aligerada está compuesta por los siguientes elementos: vigueta, bovedilla, malla electrosoldada y la capa de compresión (concreto f'c), resultando una construcción sencilla y de bajo costo.

En nuestro medio las losas aligeradas están compuestas por ladrillos para techos generalmente miden 30 cm de ancho por 30 cm de largo, con diferentes alturas que dependen de la longitud libre de los techos y que pueden ser de 12 cm, 15 cm ó 20 cm.

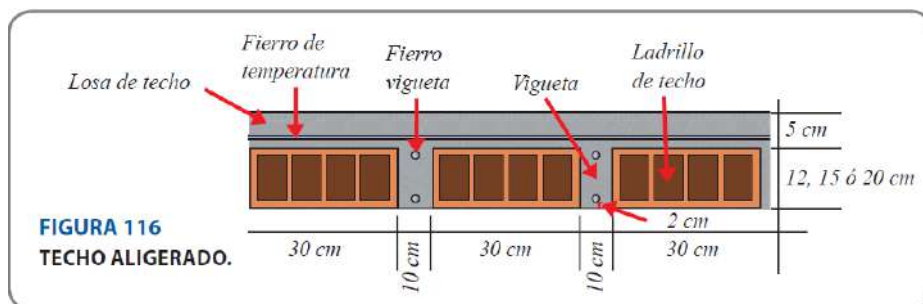


Figura N°: 6 Losa Aligerada
Fuente: Aceros Arequipa, 2012.

Según el espesor de la losa aligerada indicada en los planos, el alto de los ladrillos debe ser 5 cm menor que el espesor del techo propuesto. Por ejemplo, si se trata de aligerado de 25 cm, el alto de los ladrillos será de 20 cm.

Una losa aligerada que tiene un espesor de 20 cm soporta en 1 m², un peso de 300 kg aproximadamente. Asimismo, para un espesor determinado de losa tenemos los siguientes pesos. (Estos valores no consideran el peso de los trabajadores y herramientas durante la construcción).

(Aceros Arequipa, 2012)

Cuadro Nro: 3
Espesor de Losas

Espesor de losa (cm)	kg/m²
17	270
20	300
25	350
30	400

Fuentes: Aceros Arequipa, 2012

2.2.3.2. Vigas

Las vigas son elementos estructurales de concreto armado, diseñado para sostener cargas lineales, concentradas o uniformes, en una sola dirección. Una viga puede actuar como elemento primario en marcos rígidos de vigas y columnas, aunque también pueden utilizarse para sostener losas macizas o nervadas. La viga soporta cargas de compresión, que son absorbidas por el concreto, y las fuerzas de flexión son contrarrestadas por las varillas de acero corrugado, las vigas también soportan esfuerzos cortantes hacia los extremos por tanto es conveniente, reforzar los tercios de extremos de la viga. Para lograr que este elemento se dimensione cabe tener en cuenta la resistencia por flexión, una viga con mayor peralte (altura) es adecuada

para soportar estas cargas, pero de acuerdo a la disposición del proyecto y su alto costo hacen que estas no sean convenientes.

Para lograr peraltes adecuados y no incrementar sus dimensiones, es conveniente incrementar el área del acero de refuerzo para compensar la resistencia a la flexión. Para el diseño de una viga se deberá considerar también para su dimensionamiento, los esfuerzos de corte, torsión, de control, de agrietamiento y deflexión.

Fuente: Arq. Teodoro Escalante BourneAUTOR: Arq. Teodoro Escalante Bourne UNIVERSIDAD DE GUAYAQUILFACULTAD DE FILOSOFÍA, LETRAS Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN.

Las vigas pueden ser de tres tipos: de confinamiento, que van apoyadas sobre los muros; peraltadas, cuyo espesor es mayor al de la losa de techo; y chatas, cuyo espesor es igual al del techo. (Aceros Arequipa, 2012)



Figura N°: 7 Losa Aligerada
Fuente: Aceros Arequipa, 2012

2.2.3.3. Columnas

Las columnas de concreto tienen como tarea fundamental transmitir las cargas de las losas hacia los cimientos, la principal carga que recibe es la de compresión, pero en conjunto estructural la columna soporta esfuerzos flexionantes también, por lo que estos elementos deberán contar con un refuerzo de acero que le ayuden a soportar estos esfuerzos. (Aceros Arequipa, 2012).

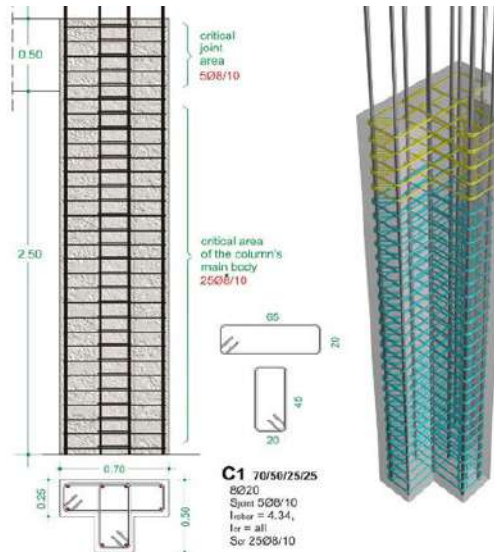


Figura N°: 8 Columna

Fuente: Aceros Arequipa, 2012

En nuestro medio las columnas de concreto armado Según el tipo de estructura que se emplee en una edificación, las columnas cumplen diferentes funciones. En una casa, hecha con Albañilería Confinada, las columnas cumplen la función de “amarrar” los muros de ladrillo.

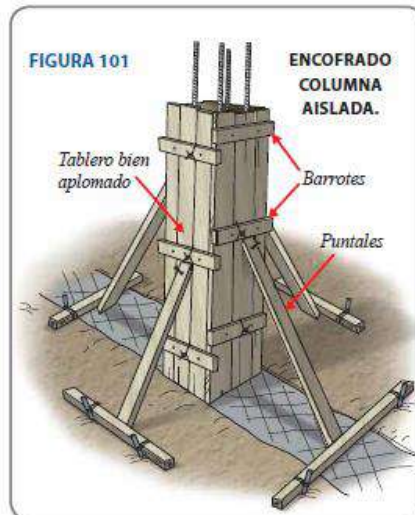


Figura N°: 9 Columna

Fuente: Aceros Arequipa, 2012

2.2.3.4. Muros de corte

Los muros de corte o placas de concreto armado son elementos estructurales dispuestas verticalmente que reciben cargas de compresión e incrementa la rigidez lateral de una estructura para un mejor desempeño sísmico.

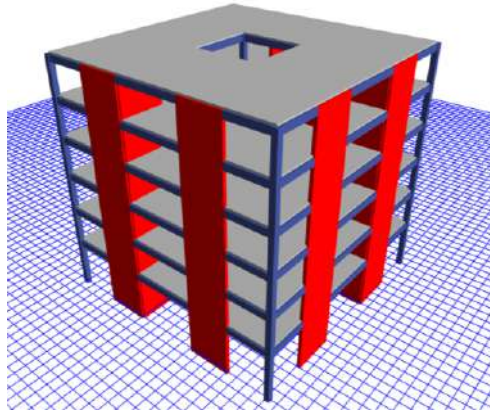


Figura N°: 10 Muros de Corte
Fuente: Etabs, 2016.

2.2.3.5. Zapatas y cimientos

Una zapata es un tipo de cimentación superficial (normalmente aislada), que puede ser empleada en terrenos razonablemente homogéneos y de resistencias a compresión medias o altas. Consisten en un ancho prisma de hormigón (concreto) situado bajo los pilares de la estructura.

Su función es transmitir al terreno las tensiones a que está sometida el resto de la estructura y anclarla.

Cuando no es posible emplear zapatas debe recurrirse a cimentación por pilotaje o losas de cimentación.

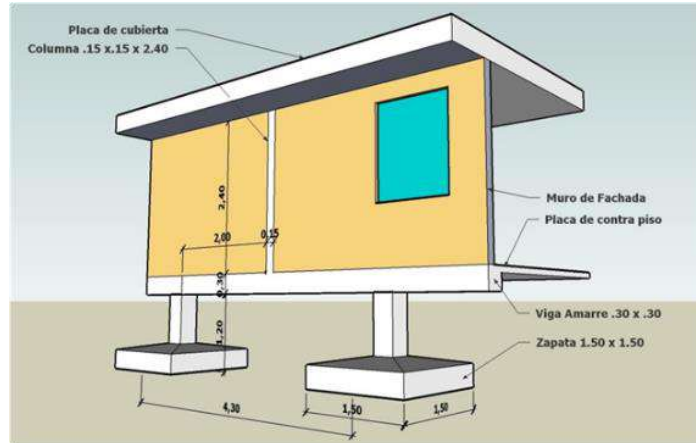


Figura N°: 11 Zapatas
Fuente: Aceros Arequipa, 2012

2.2.4. Propiedades de los materiales de construcción.

2.2.4.1. Densidad

La propiedad que nos permite medir la ligereza o pesadez de una sustancia recibe el nombre de densidad. Cuanto mayor sea la densidad de un cuerpo, más pesado nos parecerá.

$$d = \frac{m}{V}$$

Donde:

- D: Densidad (Kg/m³)
- M: Masa (Kg)
- V: Volumen (M³)

Cuadro Nro: 4
Densidad de Materiales

Material	Densidad (kg/m ³)
Hormigón	2400
Acero	7800
Vidrio	2500

Fuente: Palomino, 2014

La densidad se define como el cociente entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa. Así, como en el Sistema Internacional, la masa se mide en kilogramos (kg) y el volumen en metros cúbicos (m³) la densidad se medirá en kilogramos por metro cúbico (kg/m³).

La mayoría de las sustancias tienen densidades similares a las del agua por lo que, de usar esta unidad, se estarían usando siempre números muy grandes. Para evitarlo, se suele emplear otra unidad de medida el gramo por centímetro cúbico (gr/cm³).

La densidad del agua es 1 gr./cm³, esto quiere decir que 1 litro de agua equivale igualmente a un 1 kilogramo de agua. (Palomino, 2014).

2.2.4.2. Resistencia a la compresión

La resistencia a compresión se puede definir como la medida máxima de la resistencia a carga axial de especímenes de concreto. Normalmente, se expresa en kilogramos por centímetros cuadrados (kg/cm²), mega pascales (MPa) o en libras por pulgadas cuadradas (lb/pulg² o psi) a una edad de 28 días. Un mega pascal equivale a la fuerza de un newton por milímetro cuadrado (N/mm²) o 10.2 kilogramos-fuerza por centímetro cuadrado.

La resistencia a compresión que el concreto logra, f_c , es función de la relación agua-cemento (o relación agua-materiales cementantes), cuanto la hidratación ha progresado, el curado, las condiciones ambientales y la edad del concreto. (Palomino, 2014).



Figura N°: 12 Compresión
Fuente: Aceros Arequipa, 2012

Donde la resistencia a la compresión del concreto se obtiene de la siguiente expresión:

$$f_c = \frac{P}{A}$$

Donde:

- f_c : Resistencia (Kg/cm²)
- P: Carga Aplicada (Kg)
- A: Área Sección Transversal (cm²)

2.2.4.3. Módulo de elasticidad

El módulo de elasticidad es la medida de la tenacidad y rigidez del material del resorte, o su capacidad elástica. Mientras mayor el valor (módulo), más rígido el material. A la inversa, los materiales con valores bajos son más fáciles de doblar bajo carga. En la mayoría de aceros y aleaciones endurecibles por envejecimiento, el módulo varía en función de la composición química, el trabajado en frío y el grado de envejecimiento. La variación entre materiales diferentes es usualmente pequeña y se puede compensar mediante el ajuste de los diferentes parámetros del resorte, por ejemplo: diámetro y espiras activas.

El módulo de Elasticidad, E_c , se obtiene mediante el uso de una de las dos fórmulas que proporciona la sección 8.5.1 del ACI, de las cuales, en unidades inglesas y su conversión exacta se muestran a continuación:

$$E_c = w_c^{1.5} 33 \sqrt{f'_c} \text{ [Psi] } , \quad E_c = 0.136484014 w_c^{1.5} \sqrt{f'_c} \left[\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \dots (1)$$

$$E_c = 57000 \sqrt{f'_c} \text{ [Psi] } , \quad E_c = 15113.8123 \sqrt{f'_c} \left[\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^2} \right] \dots (2)$$

La Tabla muestra los valores del módulo elasticidad para distintas calidades de concreto.

Cuadro Nro: 5
Módulo de Elasticidad

Tabla 1-5. Módulos de Elasticidad para Concretos de distintas calidades, ACI 318 2011

Calidad del Concreto		Sistema Ingles		Sistema MKS	
f'c	f'c	①	②	①	②
(Kg/cm ²)	(Lb/in ²)	(Psi)	(Psi)	(Kg/cm ²)	(Kg/cm ²)
175	2489.08	3019390.87	2843771.60	212284.20	199936.94
210	2986.90	3307576.98	3115195.70	232545.69	219019.95
280	3982.54	3819260.91	3597118.15	268520.63	252902.45
300	4267.00	3953310.63	3723371.03	277945.26	261778.91
350	4978.17	4270063.51	4021700.36	300215.20	282753.54
420	5973.80	4677620.22	4405552.01	328869.27	309740.98

El peso específico del Concreto se tomó igual a 2400 Kg/m³

Fuente: Palomino, 2014

De la misma manera, la sección 8.5.2 del ACI nos indica que el módulo de Elasticidad del Acero de Refuerzo está permitido tomarse como $ES=29\ 000\ 000\ \text{Psi}$ que convertido a unidades de Kg/cm^2 sería igual a $ES=2\ 038\ 901.92\ \text{Kg/cm}^2$. (Palomino, 2014)

2.2.4.4. Esfuerzo de fluencia del acero

La fluencia del acero es el punto donde comienza el periodo de deformación plástica del acero, por ejemplo cuando decimos que la fluencia de un acero es de $4200\ \text{kg/cm}^2$ quiere decir que si superamos esa tensión el material se deforma cuando le aplicamos el esfuerzo pero no vuelve a su forma original cuando se lo quitamos, es decir nos queda con una deformación permanente.

Si trabajamos por debajo de la fluencia, estamos en la zona elástica donde podemos aplicar el esfuerzo y luego quitarlo y el material puede volver a su forma original.

En lo posible uno trata siempre de trabajar por debajo de la tensión de fluencia para no tener problemas con las piezas. De esta manera nos estamos 100% seguros de que al quitar la carga aplicada el material vuelve a como estaba antes de ponerle la carga.

Cuadro Nro: 6
Fluencia del Acero

	f_y (kg/cm ²)	f_u (kg/cm ²)
Grado 40	2800	4900
Grado 60	4200	6300
Grado 75	5300	7000

Fuente: Palomino, 2014

2.2.4.5. Módulo de corte

El módulo de Corte es calculado de la siguiente relación:

$$G_c = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

2.2.4.6. Módulo de Poisson

La relación de la deformación lateral a la deformación longitudinal, dentro del rango elástico, para muestras cargadas axialmente se llama Relación de Poisson. Los valores de la relación de Poisson se requieren para el análisis estructural y para el diseño de muchos tipos de estructuras. El método para determinar la relación de Poisson se detalla en la ASTM C469.

La mayor parte de los valores de la relación de Poisson que se han dado a conocer, hasta un envejecimiento de 50 años, caen dentro del rango de 0.15 a 0.25. A falta de datos experimentales, se puede utilizar un valor de 0.20.

El módulo de Poisson, ν , se tomará igual a 0.20.

(Palomino, 2014)

2.2.5. Estructuración

La estructuración es procedimiento y definición de los elementos estructurales, para el refuerzo de un proyecto arquitectónico, con el fin de lograr la seguridad de la estructura ante las cargas de servicios, efectos externos.

En una edificación la estructuración es la ubicación de las vigas, columnas, placas, losas, cimentaciones.

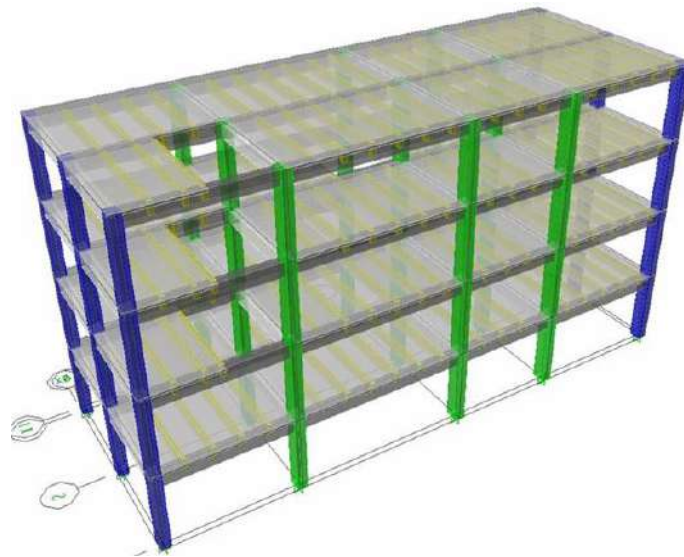


Figura N°: 13 Estructuración
Fuente: Etabs, 2016.

2.2.6. Predimensionamiento de elementos estructurales.

2.2.6.1. Losas aligeradas

Las losas aligeradas unidireccionales, son aquellas estructuras de tipo área, armados con dirección en la menor longitud, apoyados perpendicularmente sobre las vigas principales, muros estructurales.

Donde el peralte de la sección de la losa aligerada está dada por la siguiente expresión:

$$H = \frac{L_{ij}}{25}$$

Donde:

- H: Altura de la losa aligerada (m)
- Lij: Longitud libre mayor de la Viga Principal (L1, L2) (m)

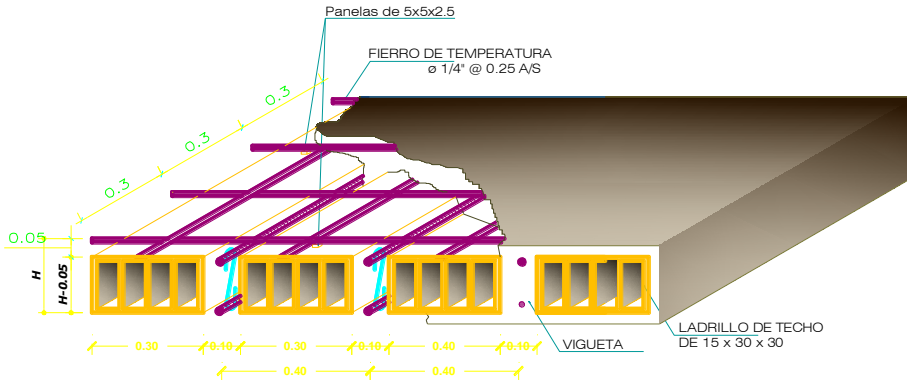


Figura N°: 14 Losa Aligerada
Fuente: Elaboración Propia, 2016.

En el dibujo las longitudes libres L1, L2 son mayores que las dimensiones de L3, L4 por lo cual se comportan como vigas principales.

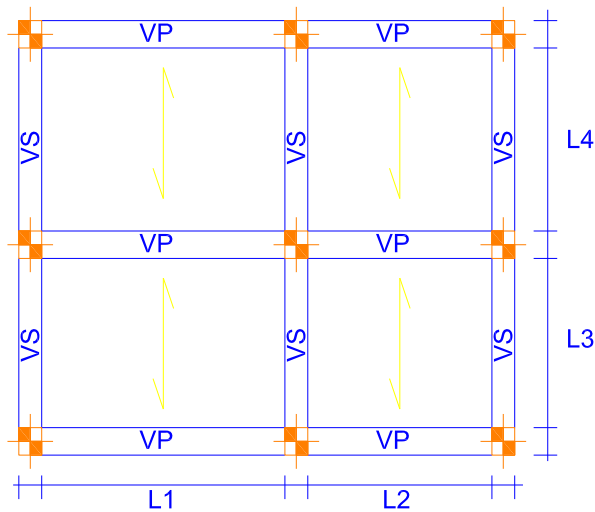


Figura N°: 15 Vigas
Fuente: Elaboración Propia, 2016.

Las dimensiones y/o peraltes de la losa aligerada varían según la longitud de ellas, los cuales pueden optar los siguientes peraltes. (Delgado, 2012)

Cuadro Nro: 7
Espesor de Losa Aligerada

LUZ	ESPELOR LOSA	LADRILLO
4 m	17 cm	12 cm
5 m	20 cm	15 cm
6 m	25 cm	20 cm
7 m	30 cm	25 cm

Fuente: Delgado, 2012

2.2.6.2. Vigas

Estos elementos estructurales son aquellas que están armadas horizontalmente, además en toda edificación es típico ver vigas principales y secundarias.

Vigas Principales:

Son aquellos elementos de mayor longitud, Las vigas se dimensionan generalmente considerando un peralte del orden de 1/10 a 1/12 de la luz libre. Debe aclararse que esta altura incluye el espesor de la losa del techo o piso El ancho es variable de 1/2 a 2/3 veces su altura, teniendo en cuenta un ancho mínimo de 25cm, con la finalidad de evitar el congestionamiento del acero y presencia de cangrejeras

Uno de los criterios de Predimensionamiento de las vigas principales es la sobrecarga de la edificación según uso según la tabla siguiente, según RNE.

Cuadro Nro: 8
Espesor de Losa Aligerada

Usos	Departamentos Y oficinas	Garajes y tiendas	Depósitos
Sobrecargas	250	500	1000
Altura total	$\frac{l}{11}$	$\frac{l}{10}$	$\frac{l}{8}$

l: luz libre.

Fuente: Delgado, 2012

Según el ACI. Las vigas se predimensionan con la siguiente expresión esto ya sea para vigas principales y secundarias.

Peralte:

$$\frac{L}{12} \leq h \leq \frac{L}{8}$$

Ancho:

$$\frac{h}{2} \leq b \leq \frac{2}{3}h$$

Donde:

- H: altura de la viga (m)
- B: base de la Viga (m)
- L: Luz entre ejes (m)

Vigas Secundarias:

El Predimensionamiento de las vigas secundarias se realiza con la siguiente expresión:

Peralte:

$$\frac{L}{12} \leq h \leq \frac{L}{14}$$

Base:

$$B = \frac{h}{2}$$

Donde:

- H: altura de la viga (m)
- B: base de la Viga (m)
- L: Luz entre ejes (m)

(Delgado, 2012)

2.2.6.3. Columnas

Según el ACI el criterio de dimensionamiento por carga vertical, de una edificación está dada por la siguiente expresión: (Villareal, 2014)

Columnas Centrales:

$$A_c = \frac{P(\text{Servicio})}{0.45 * f_c}$$

Columnas Exteriores o Esquinas:

$$A_c = \frac{P(\text{Servicio})}{0.35 * f_c}$$

Donde:

- A_c : Área de la Columna (cm²)
- P: Peso por área tributaria (kg)
- f_c : Esfuerzo del concreto a la compresión (kg/cm²)

Según el código ACI, las columnas pueden ser de tipo C1, C, C3, C4, según el siguiente esquema:

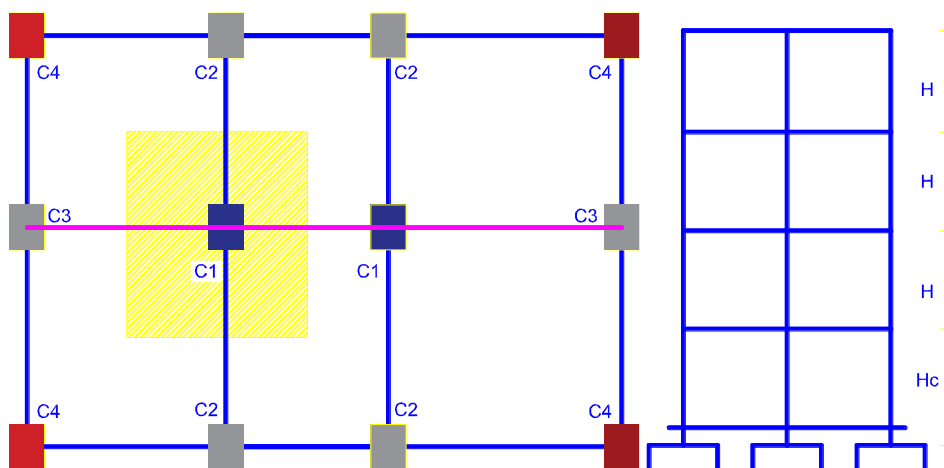


Figura N°: 16 Pórticos
Fuente: Elaboración Propia, 2016.

2.2.6.4. Muros de corte

Las placas pueden hacerse mínimo de 10cm de espesor (muros de ductilidad limitada), pero generalmente se consideran de 20, 25 o 30cm conforme aumentemos el número de pisos o disminuyamos su densidad. (Villareal, 2014)

$$L_{x,y} \frac{V_{\text{BASAL}}}{\phi * 0.53\sqrt{f_c} * b(0.8)}$$

Donde:

- ◆ L x,y: Longitud del muro estructural (cm)
- ◆ V: Cortante Basal (kg)
- ◆ f_c : Esfuerzo del concreto a la compresión (kg/cm²)
- ◆ ϕ : Coeficiente 0.85

2.2.6.5. Zapatas y cimientos

Las zapatas y cimientos se predimensionan según la recomendación del ACI con la siguiente expresión.

$$\frac{P_{\text{SERVICIO}}}{K * A_{\text{CIMIENTO}}} \leq q_a$$

Donde los valores de K varían según el tipo de suelo.

Cuadro Nro: 9
Espesor de Losa Aligerada

K	Tipo Suelo
0,9	Rígido
0,8	Intermedio
0,7	Flexible

Fuente: Delgado, 2012

Donde:

- P: Peso de servicio (kg)
- K: Coeficiente
- A: Área de sección cimiento (cm²)
- qa: Capacidad Portante del Suelo (kg/cm²)

(Villareal, 2014)

2.2.7. Metrado de cargas

Es calcular, medir el peso que pueda tener la edificación, al sumar cada elemento columna, placa, losa, viga, etc. (carga muerta) y el peso que pueda actuar sobre la estructura como muebles personas etc., (carga viva).

OBJETIVO.- Determinar el peso de una estructura para saber cuánto peso será transmitido al suelo. (Delgado, 2012)

2.2.8. Combinación de cargas

Es el cálculo general de un elemento o estructura con la carga y con las sobrecargas desfavorables, ya que actúan, a veces, sólo en determinadas partes de la estructura. Es por esa razón que es importante identificar los estados a que puede verse sometida la estructura y verificar que frente a ellos continúe desempeñándose según los criterios de diseño aceptables. El ACI 318-14 en el capítulo 9 “Requisitos de Resistencia y Funcionamiento” establece las condiciones de resistencia y rigidez que deben cumplirse para satisfacer el estado límite último y de servicio.

Las estructuras y los elementos estructurales deben ser diseñados para que tengan en cualquier sección una resistencia de diseño al menos igual a la resistencia requerida, calculada esta última para las cargas y fuerzas. En el capítulo 9 donde se realizara la base para la investigación sobre la combinación de cargas, define la resistencia básica y las condiciones de funcionamiento para diseñar elementos de concreto estructural. El requisito básico para el diseño por resistencia se puede expresar como:

Resistencia de diseño \geq Resistencia requerida

$$\phi (\text{Resistencia nominal}) \geq U$$

2.2.9. Combinación de cargas según ACI

Según el ACI 318-14 se tiene la siguiente combinación de cargas en su sección 5.3.

Cuadro Nro: 10

Combinaciones de Carga

Tabla 5.3.1 — Combinaciones de carga

Combinación de carga	Ecuación	Carga primaria
$U = 1.4D$	(5.3.1a)	D
$U = 1.2D + 1.6L + 0.5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$	(5.3.1b)	L
$U = 1.2D + 1.6(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R) + (1.0L \text{ ó } 0.5W)$	(5.3.1c)	$L_r \text{ ó } S \text{ ó } R$
$U = 1.2D + 1.0W + 1.0L + 0.5(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$	(5.3.1d)	W
$U = 1.2D + 1.0E + 1.0L + 0.2S$	(5.3.1e)	E
$U = 0.9D + 1.0W$	(5.3.1f)	W
$U = 0.9D + 1.0E$	(5.3.1g)	E

Fuente: ACI 2014

Donde:

- D: Carga muerta
- L: sobrecarga de uso
- S: sobrecarga de nieve
- W: sobrecarga de viento
- L_r: sobrecarga de uso en tejados y cubiertas
- R: carga de lluvia
- E: Acción sísmica

2.2.10. Combinación de cargas según RNE

Según el RNE E-02, Art. 19. Excepto en los casos indicados en las normas propias de los diversos materiales estructurales, todas las cargas consideradas en la presente Norma se considerará que actúan en las siguientes combinaciones, la que produzca los efectos más desfavorables en el elemento estructural considerando, con las reducciones, cuando sean aplicables, indicadas en el Artículo 10.

- (1) D
- (2) D + L
- (3) D + (W ó 0,70 E)
- (4) D + T
- (5) α [D + L + (W ó 0,70 E)]
- (6) α [D + L + T]
- (7) α [D + (W ó 0,70 E) + T]
- (8) α [D + L + (W ó 0,70 E) + T]

Donde:

- D = Carga muerta, según Capítulo 2
- L = Carga viva, Capítulo 3
- W = Carga de viento, según Artículo 12
- E = Carga de sismo, según NTE E.030 Diseño Sismorresistente
- T = Acciones por cambios de temperatura, contracciones y/o deformaciones diferidas en los materiales componentes, asentamientos de apoyos o combinaciones de ellos.
- α = Factor que tendrá un valor mínimo de 0,75 para las combinaciones (5), (6) y (7); y de 0,67 para la combinación (8). En estos casos no se permitirá un aumento de los esfuerzos admisibles.

Según el RNE E-060, Art. 10.

10.2.1. La resistencia requerida (U) para cargas muertas (CM), cargas vivas (CV) y cargas de sismo (CS), será como mínimo:

$$U = 1,5 CM + 1,8 CV$$

$$U = 1,25 (CM + CV \pm CS)$$

$$U = 0,9 CM \pm 1,25 CS$$

En las combinaciones donde se incluya cargas de o de sismo, deberá considerarse el valor total y cero de la carga viva (CV) para determinar la más severa de las condiciones.

10.2.2. Si en el diseño se debieran considerar cargas de viento (CVi), se reemplazará este valor por los efectos del sismo (CS) en las formulas anteriores, no siendo necesario considerarlas simultáneamente.

En las combinaciones anteriores, donde se incluye cargas de viento o de sismo, deberá considerarse el valor total y cero de la carga viva (CV) para determinar la más severa de las condiciones.

10.2.3. Si fuera necesario incluir en el diseño el efecto del empuje lateral del terreno (CE), la resistencia requerida (U) será como mínimo:

$$U = 1,5 CM + 1,8 CV + 1,8 CE$$

$$U = 1,5 CM + 1,8 CV$$

En el caso en que la carga muerta y/o carga viva reduzcan el efecto del empuje lateral, se usará:

$$U = 0,9 CM + 1,8 CE$$

2.2.11. Idealización estructural

Para un cálculo con relativa sencillez y exactitud en las diferentes partes de una estructura es necesario representar la estructura de una manera sencilla de análisis. Los componentes estructurales tienen ancho y espesor. Las fuerzas concentradas rara vez actúan en un punto aislado; generalmente se distribuyen sobre áreas pequeñas. Sin embargo, si estas características se consideran con detalle, el análisis de una estructura será muy difícil, sino que es imposible de realizar. El proceso de reemplazar una estructura real por un sistema simple susceptible de análisis se llama idealización estructural.

Las líneas localizadas a lo largo de las líneas centrales de los componentes representan a los componentes estructurales. El croquis de una estructura idealizada se llama diagrama de líneas. (Delgado, 2012)

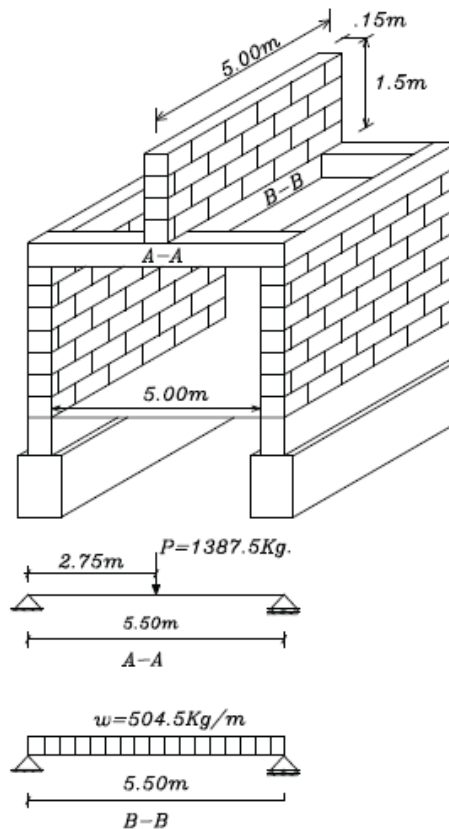


Figura N°: 17 Idealización Estructural
Fuente: Delgado 2011.

2.2.12. Análisis estructural

2.2.12.1. Fundamentos del análisis estructural

Se entiende por análisis de una estructura el proceso sistemático que concluye con el conocimiento de las características de su comportamiento bajo un cierto estado de cargas; se incluye, habitualmente, bajo la denominación genérica de estudio del comportamiento tanto el estudio del análisis de los estados tensional y deformaciones alcanzados por los elementos y componentes físicos de la estructura como la obtención de conclusiones sobre la influencia recíproca con el medio ambiente o sobre sus condiciones de seguridad.

Es pues el objetivo del análisis de una estructura la predicción de su comportamiento bajo las diferentes acciones para las que se postule o establezca que debe tener capacidad de respuesta.

Los tipos de análisis estructural son:

- **Análisis estático.**- Caracteriza a este tipo de análisis el hecho que las cargas actuantes sobre la estructura no dependen del tiempo.
- **Análisis térmico.**- Estudios del efecto tensional y deformación que los fenómenos de transferencia de calor, radiación,..., tienen en las estructuras.
- **Análisis dinámico.**- Caracteriza a este tipo de análisis el que las cargas actuantes son variables con el tiempo debiendo requerirse la participación de las fuerzas de inercia en la estimación de la respuesta de la estructura.
- **Análisis no lineal.**- Caracteriza a este tipo de análisis el comportamiento inelástico del material de la estructura, la aparición de grandes deformaciones o la no linealidad geométrica de la estructura (topes, rozamientos, etc.).

2.2.12.2. Hiperestaticidad

La determinación del grado de Hiperestaticidad de una estructura, la que está dada por la suma de la Hiperestaticidad externa g_e más la interna g_i .

$$g = g_e + g_i$$

Las estructuras **isostáticas** cumplen la condición de que con 3 condiciones de equilibrio: ecuaciones básicas.

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum M_0 = 0$$

Las estructuras **Hiperestáticas** requieren de operaciones adicionales a las ecuaciones básicas de equilibrio.

(Arbulu, 2010)

Caso Práctico: 01

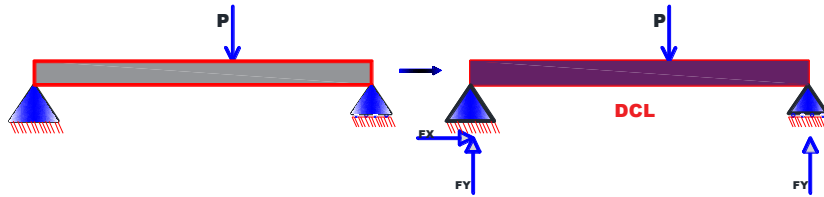


Figura N°: 18 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- # Total de reacciones: 3
- # Total de ecuaciones: 3

G° de indeterminación: # Total de reacciones - # Total de ecuaciones

$G^\circ \text{ ind} = 3 - 3 = 0$ la estructura en estudio es isostática.

Caso Práctico: 02

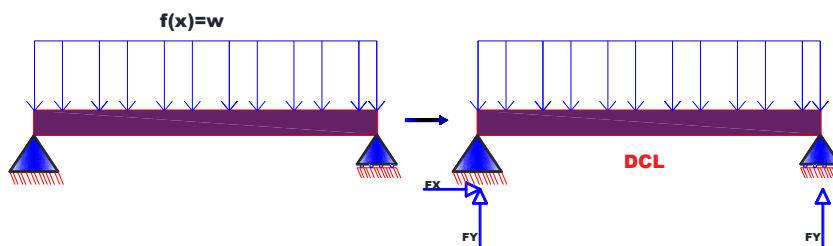


Figura N°: 19 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- # Total de reacciones: 3
- # Total de ecuaciones: 3

G° de indeterminación: # Total de reacciones - # Total de ecuaciones

$G^\circ \text{ ind} = 3 - 3 = 0$ la estructura en estudio es isostática.

Caso Práctico: 03

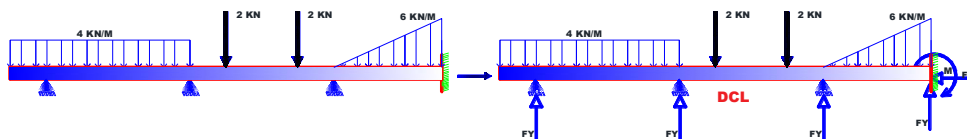


Figura N°: 20 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- # Total de reacciones: 6
- # Total de ecuaciones: 3

G° de indeterminación: # Total de reacciones - # Total de ecuaciones

$G^\circ \text{ ind} = 6 - 3 = 3$ la estructura en estudio es Hiperestático y estable.

Caso Práctico: 04

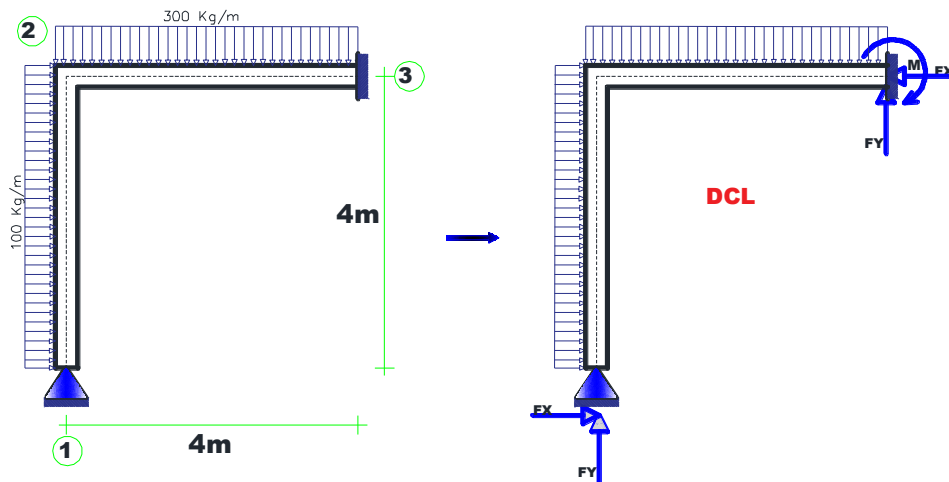


Figura N°: 21 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- # Total de reacciones: 5
- # Total de ecuaciones: 3

G° de indeterminación: # Total de reacciones - # Total de ecuaciones

$G^\circ \text{ ind} = 5 - 3 = 2$ la estructura en estudio es Hiperestático y estable.

Caso Práctico: 05

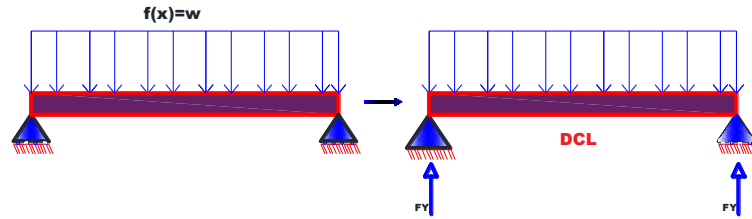


Figura N°: 22 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- # Total de reacciones: 2
- # Total de ecuaciones: 3

G° de indeterminación: # Total de reacciones - # Total de ecuaciones

$G^\circ \text{ ind} = 2 - 3 = -1$ la estructura en estudio es inestable.

INDETERMINACIÓN EN MARCOS Y PÓRTICOS EN 2D

Miembros Continuos:

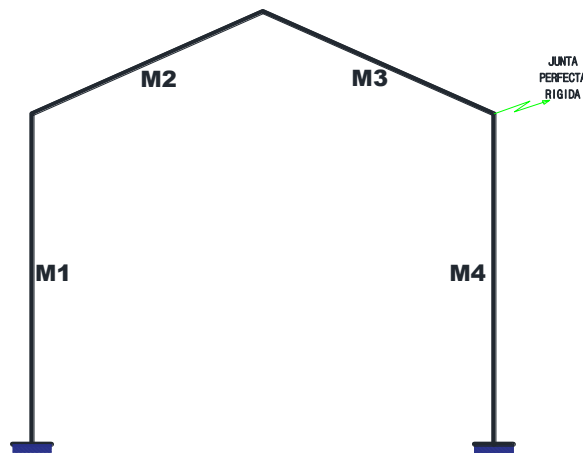


Figura N°: 23 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

$$G^\circ = 3MN + NR - 3NJ$$

Donde:

- NM: número de miembros
- NR: número de reacciones
- NJ: número de juntas

Cuando:

- ◆ G° Indet. = 0 solución isostática
- ◆ G° Indet. > 0 solución hiperestática
- ◆ G° Indet. < 0 estructura inestable

Caso Práctico: 01

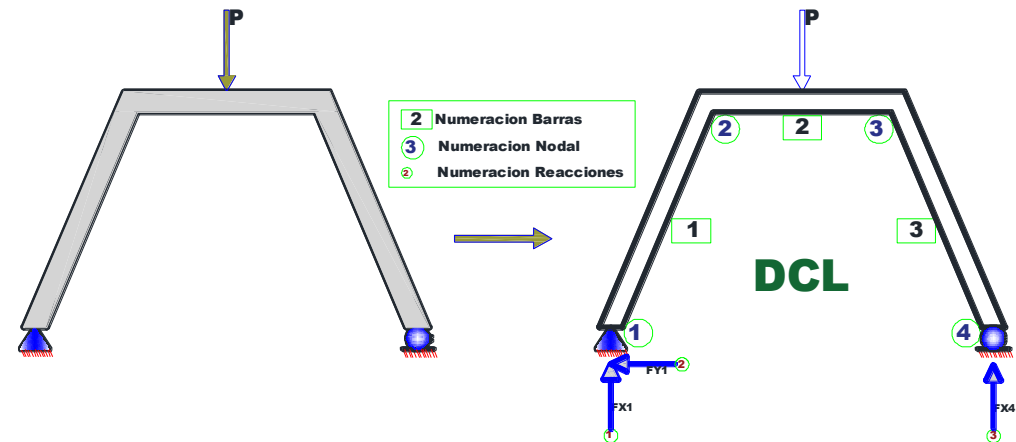


Figura N°: 24 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- NM: 3
- NR: 3
- NJ: 4

$$G^\circ = 3MN + NR - 3NJ$$

$$G^\circ = 3(3) + 3 - 3(4)$$

$$G^\circ = 0$$

Sistema estable, Solución estáticamente determinada (isostático).

Caso Práctico: 02

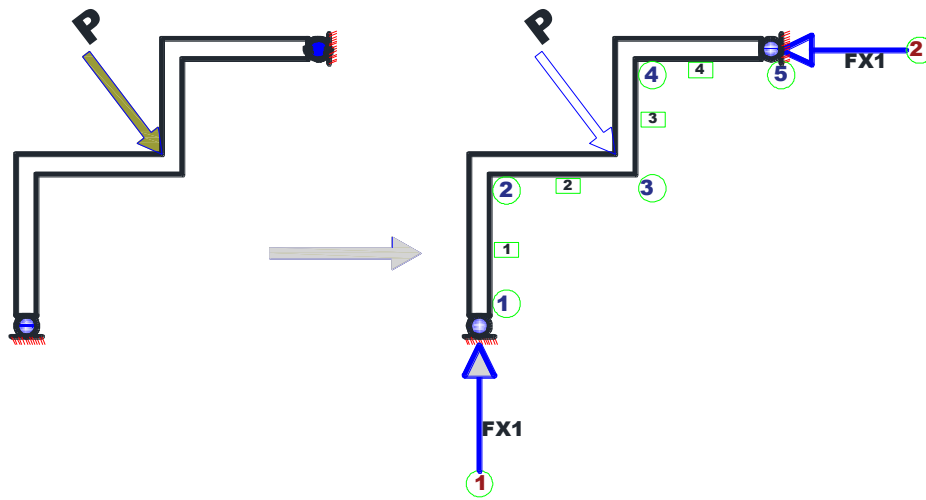


Figura N°: 25 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- NM: 4
- NR: 2
- NJ: 5

$$G^{\circ} = 3MN + NR - 3NJ$$

$$G^{\circ} = 3(4) + 2 - 3(5)$$

$$G^{\circ} = -1$$

Estructura inestable.

Miembros Discontinuos:

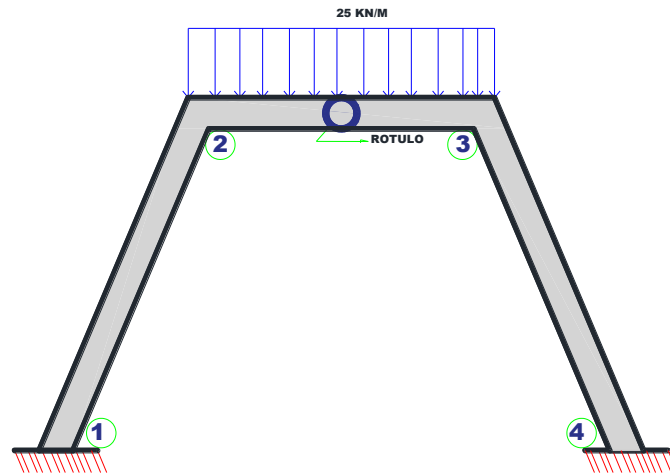


Figura N°: 26 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 3NM + NR - 3NJ - NC$$

Donde:

- NM: número de miembros
- NR: número de reacciones
- NJ: número de juntas
- NC: número de rótulos (condiciones)

Caso Práctico: 01

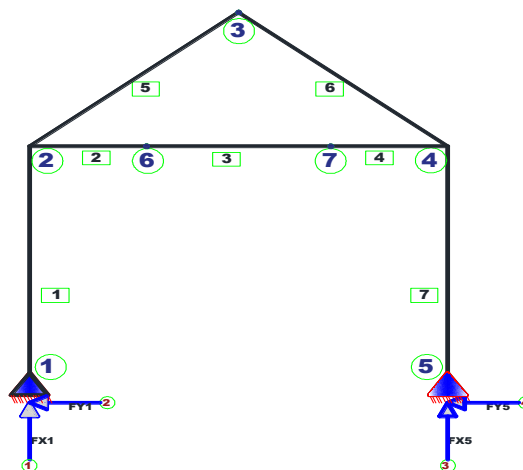


Figura N°: 27 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- NM: 7
- NR: 4
- NJ: 7
- NC: 3

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 3NM + NR - 3NJ - NC$$

$$G^{\circ} = 3(7) + 4 - 3(7) - 3$$

$$G^{\circ} = 1$$

Estructura estable, Solución hiperestático.

Caso Práctico: 02

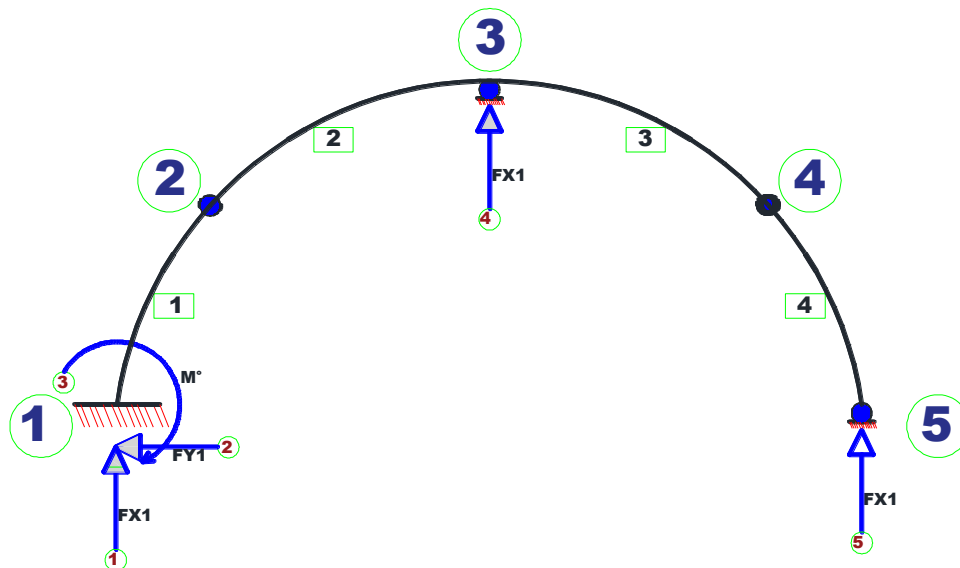


Figura N°: 28 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- NM: 4
- NR: 5
- NJ: 5
- NC: 2

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 3NM + NR - 3NJ - NC$$

$$G^{\circ} = 3(4) + 5 - 3(5) - 2$$

$$G^{\circ} = 0$$

Estructura estable, Solución Isostático.

INDETERMINACIÓN EN MARCOS Y PÓRTICOS EN 3D

Miembros Continuos:

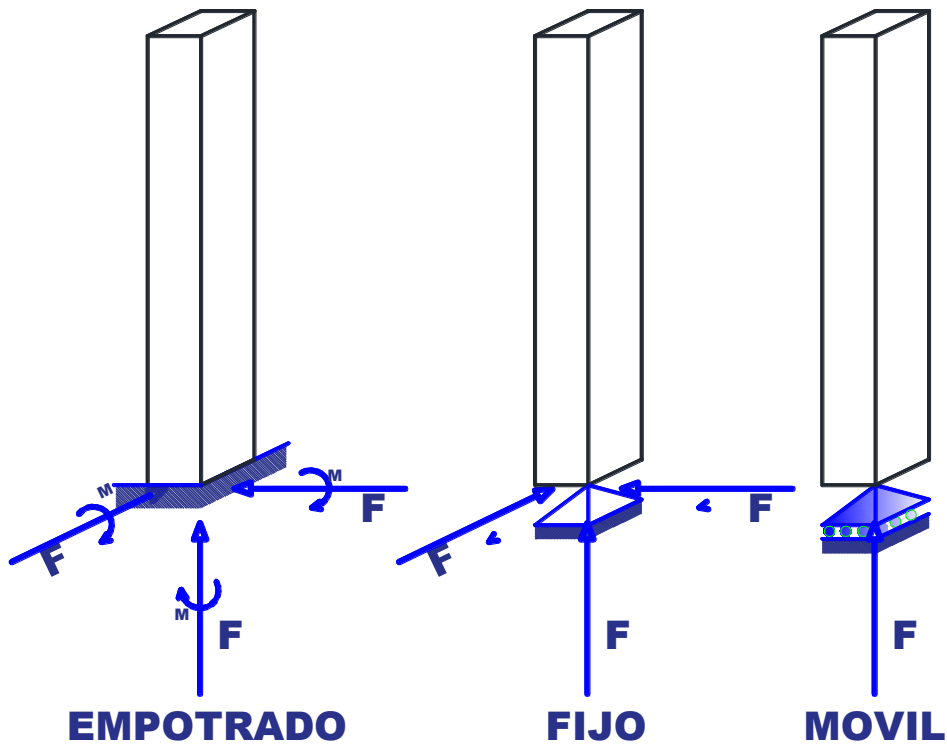


Figura N°: 29 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 6NM + NR - 6NJ$$

Donde:

- NM: número de miembros
- NR: número de reacciones
- NJ: número de juntas

Caso Práctico: 02

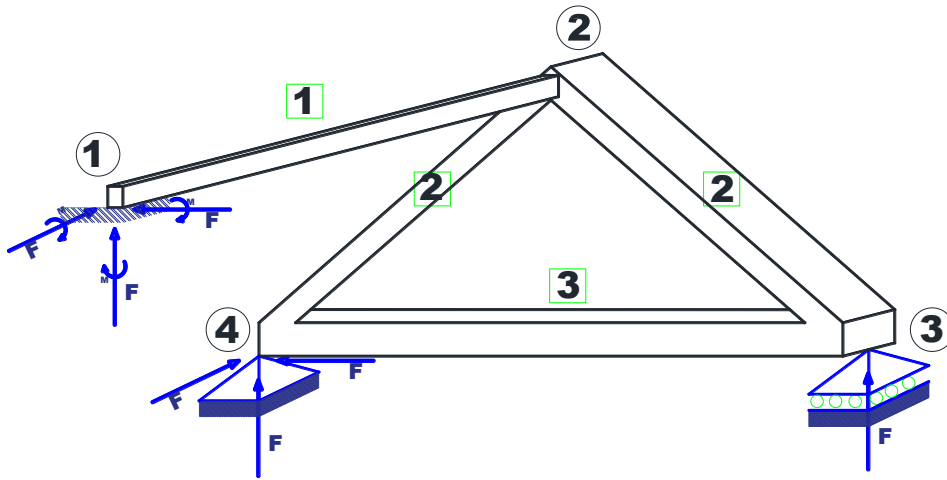


Figura N°: 30 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

- NM: 4
- NR: 10
- NJ: 4
- NC: 2

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 6NM + NR - 6NJ$$

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 6 \cdot 4 + 10 - 6 \cdot 4$$

$$G^{\circ} \text{ Ind} = 10$$

Estructura estable, Solución Hiperestático.

2.2.12.3. Grados de libertad

Numero de variables que presenta un modelo matemático de una estructura. La cantidad de variables depende de la complejidad y exactitud de los resultados que se desea obtener. Dicho término es muy usado en elementos finitos. (Quispe, 2015)

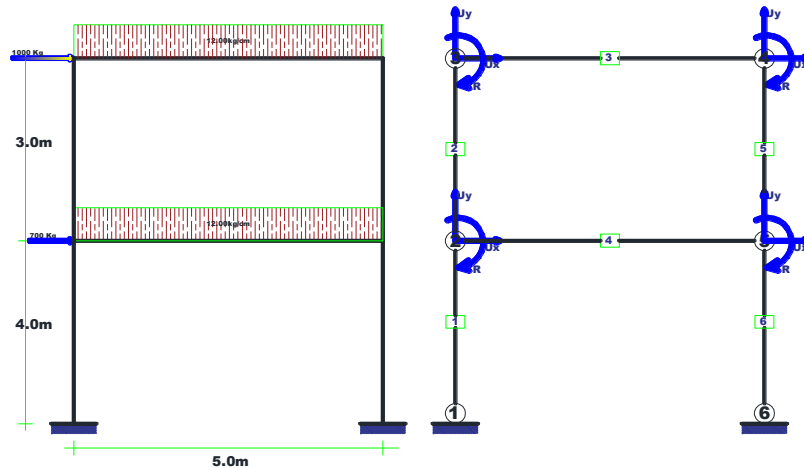


Figura N°: 31 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

2.2.12.4. Reacciones

Fuerza de equilibrio que se genera en los apoyos de una estructura cuando sobre ella actúa fuerzas externas u otro tipo de fuerzas. En sentido general, a veces se denomina momentos de empotramiento o momentos de reacción. En el caso de apoyos, impiden el giro de la barra.

(Quispe, 2015)

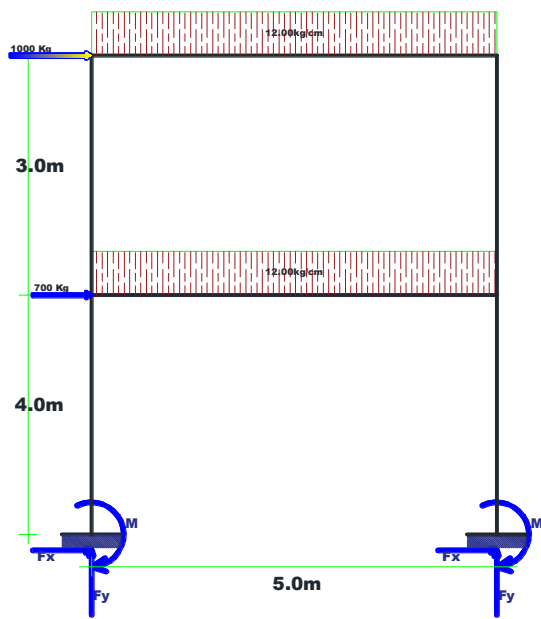


Figura N°: 32 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

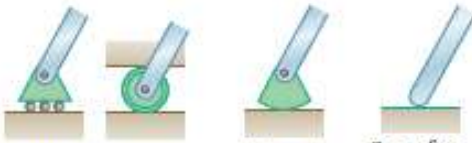
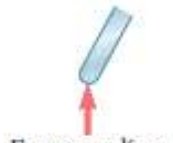
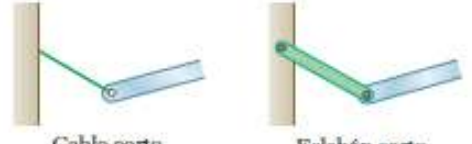


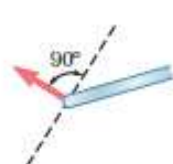

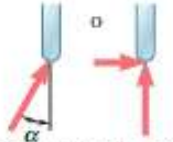

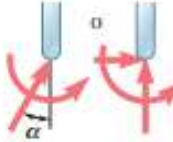
Apoyo o conexión	Reacción	Número de incógnitas
 <p>Rodillos o patines Balancín Superficie sin fricción</p>	 <p>Fuerza con línea de acción conocida</p>	1
 <p>Cable corto Eslabón corto</p>	 <p>Fuerza con línea de acción conocida</p>	1
 <p>Collarín sobre una barra sin fricción Perno sin fricción en una ranura lisa</p>	 <p>90° Fuerza con línea de acción conocida</p>	1
 <p>Perno sin fricción, articulación o bisagra Superficie rugosa</p>	 <p>α Fuerza de dirección desconocida</p>	2
 <p>Apoyo fijo</p>	 <p>α Fuerza y par</p>	3

Figura N°: 33 Apoyos
Fuente: Beer J., 2013

2.2.12.5. Esfuerzo de corte

Considere una viga AB que está sujeta a varias cargas concentradas y distribuidas como en la figura (7.8 a). Se busca determinar la fuerza cortante en cualquier punto del tramo AB. El método se puede aplicar a cualquier tipo de estructura estable. El esfuerzo de corte en una magnitud de fuerza que representa los posibles puntos de falla de una estructura por corte. (Beer, J., 2014).

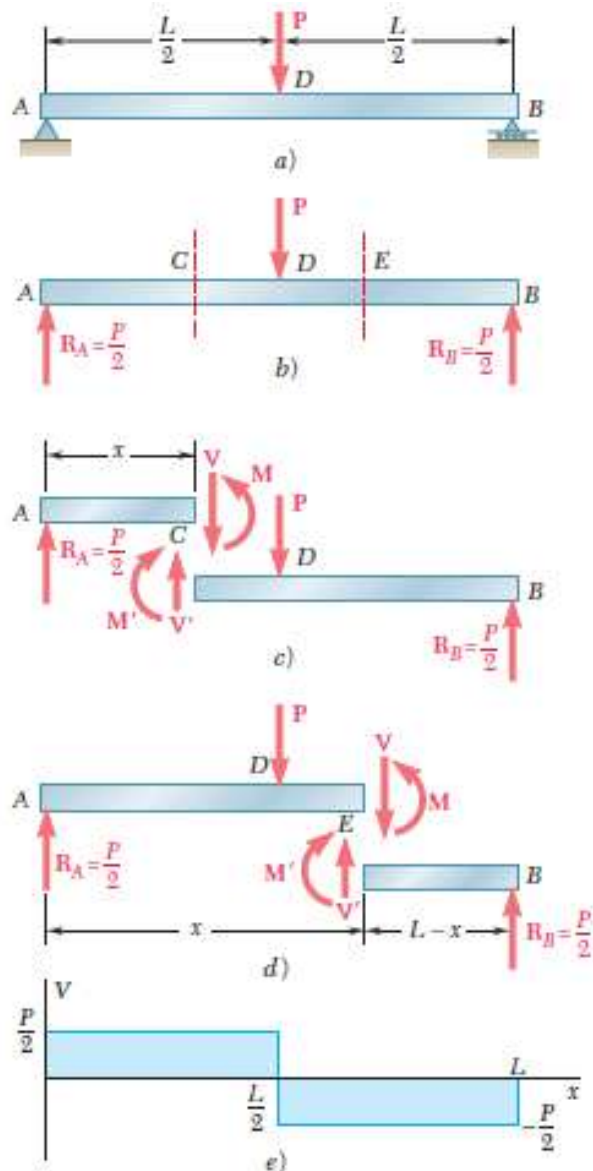


Figura N°: 34 Apoyos
Fuente: Beer J., 2013

2.2.12.6. Momento flector

El momento flector es la suma de los momentos de todas las fuerzas que actúan en la porción de viga a la izquierda o a la derecha de una sección, respecto al eje perpendicular al plano de las fuerzas y que pasa por el centro de gravedad, centroide de la sección considerada. Análíticamente viene dado por:

$$M = \Sigma M_{Iz} + \Sigma M_{Der}$$

(Pytel, Singer, 2012)

El momento flector es producto de la operación mostrada en la figura:

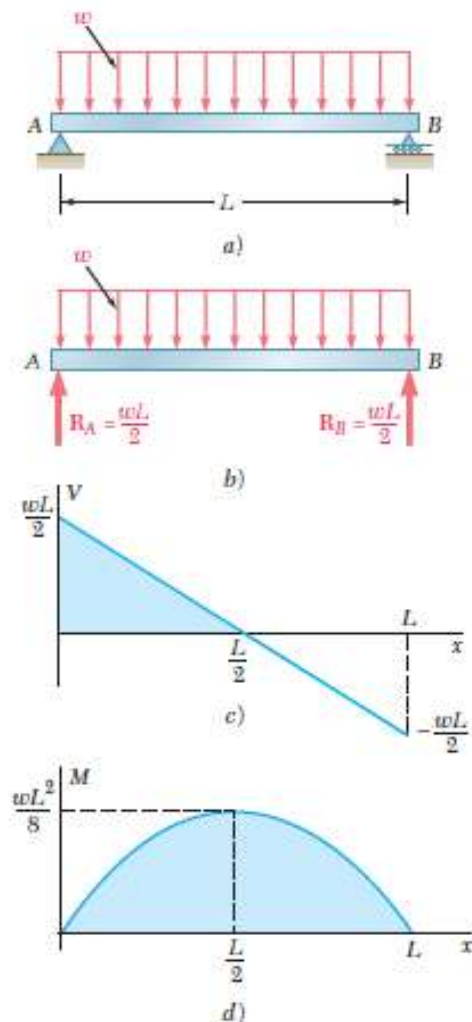


Figura N°: 35 Apoyos
Fuente: Beer J., 2013

2.2.12.7. Deformación

La deformación de una estructura es la variación de la forma original, producto de la aplicación de cargas, los cuales presentan desplazamientos nodales, rotaciones e secciones con grados de libertad presente.

Se utilizan varios métodos para determinar la deformación de las vigas. Aunque basados en los mismos principios, difieren en su técnica y sus objetivos inmediatos. Existen métodos de cálculo como el método de rigidez, método de la doble integración, método de área de momentos.

(Pytel, Singer, 2012)

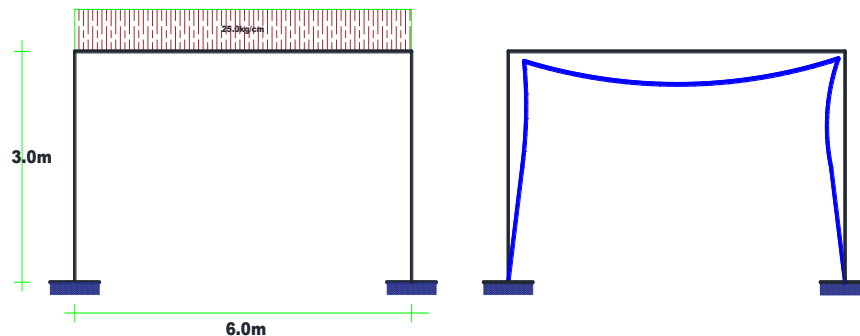


Figura N°: 36 Hiperestaticidad
Fuente: Arbulu, 2011.

2.2.12.8. Método matricial de estructuras

Antecedentes

Henry Manderla fue el primero en utilizar los desplazamientos (Δ); y rotaciones (Θ) en los nudos como incógnitas en el análisis de una estructura hiperestática. En 1880 analizó un pórtico de nudos rígidos tomando en consideración las deformaciones producidas en los elementos de la estructura por la acción de los momentos flectores y las fuerzas axiales.

Esta técnica no resultó apropiada para la época por la complejidad del sistema resultante de ecuaciones, expresado en términos de la translación y rotación desconocidas de los nudos y que pretende describir el efecto de la flexión y de la fuerza axial sobre cada elemento.

Posteriormente en 1892 Otto Mohr quien había contribuido al desarrollo del método de flexibilidad para estructuras hiperestáticas, propuso un método aproximado para el cálculo de los esfuerzos producidos por la flexión en un pórtico de nudos rígidos. La técnica de Mohr requería la solución de un sistema de ecuaciones expresado únicamente en términos de las rotaciones (Θ) de los nudos.

En 1914 Alex Bendixen propuso el método pendiente-deflexión para el análisis de estructuras que requieren la solución de un sistema de ecuaciones expresado en términos de los desplazamientos (Δ) y rotaciones (Θ) de los nudos.

En 1915 G. A. Maney dio a conocer el desarrollo formal de las ecuaciones pendiente-deflexión. El método pendiente-deflexión propuesto por Bendixen y Maney es semejante al método propuesto anteriormente por Mohr.

En 1930 Hardy Cross difundió el método de distribución de momentos, este método aproxima progresivamente el valor de los momentos no equilibrados en los nudos permitiendo de esta forma analizar estructuras planas con nudos rígidos esta técnica tuvo gran aceptación por cuanto elimino la necesidad de resolver el sistema de ecuaciones simultaneas lineales requerido en el método pendiente –deflexión . E método pendiente – deflexión para el análisis de estructuras hiperestáticas es el predecesor del método más generalizado de análisis que se utiliza actualmente.

El advenimiento del computador digital para realizar operaciones matemáticas elimino a la solución de ecuaciones simultáneas como una restricción u obstáculo para el análisis estructural. Esta ha permitido la utilización de un método muy general para el análisis de estructuras reticulares (formada por barras esqueléticas).

Las incógnitas de su formulación son los desplazamientos y las rotaciones de los nudos. Este método de análisis se llama METODO MATRICIAL DE RIGIDEZ

El desarrollo de los computadores ha estimulado enormemente la investigación en muchas ramas de la ciencia permitiendo desarrollar procedimientos numéricos apropiados para el uso de los mismos. En el campo del análisis de estructuras, el ordenador ha conducido al desarrollo de métodos que utilizan las ideas del álgebra matricial.

La teoría matricial del análisis de estructuras aparece en la literatura técnica en la década de los 50. Tras una confusión inicial en el mundo de la ingeniería estructural práctica que oscureció en una primera etapa la relación existente entre el nuevo procedimiento y los métodos estructurales clásicos, el desarrollo del nuevo método sufrió un impulso tal, que al principio de la década de los 60 ya estaba perfectamente Establecido. Este impulso se debió a la confluencia de unas necesidades de cálculo, muchas veces tan complejas, que los métodos clásicos resultaban claramente insuficientes con el desarrollo y operatividad del ordenador. (Blanco, 2015)

2.2.12.9. Fundamentos del método matricial de estructuras

El método matricial de la rigidez es un método de cálculo aplicable a estructuras hiperestáticas de barras que se comportan de forma elástica y lineal. En inglés se le denomina direct stiffness method (DSM, método directo de la rigidez), aunque también se le denomina el método de los desplazamientos. Este método está diseñado para realizar análisis computarizado de cualquier estructura incluyendo a estructuras estáticamente indeterminadas. El método matricial se basa en estimar los componentes de las relaciones de rigidez para resolver las fuerzas o los desplazamientos mediante un ordenador. El método de rigidez directa es la implementación más común del método de los elementos finitos. Las propiedades de rigidez del material son compilados en una única ecuación matricial que gobierna el comportamiento interno de la estructura idealizada. Los datos que se desconocen de la estructura son las fuerzas y los desplazamientos que pueden ser determinados resolviendo esta ecuación. El método directo de la rigidez es el más común en los programas de cálculo de estructuras (tanto comerciales como de fuente libre).

El método directo de la rigidez se originó en el campo de la aeronáutica. Los investigadores consiguieron aproximar el comportamiento estructura de las partes de un avión mediante ecuaciones simples pero que requerían grandes tiempos de cálculo. Con la llegada de los ordenadores estas ecuaciones se empezaron a resolver de forma rápida y sencilla. (Blanco, 2015)

El método consiste en asignar a la estructura de barras un objeto matemático, llamado matriz de rigidez, que relaciona los desplazamientos de un conjunto de puntos de la estructura, llamados nodos, con las fuerzas exteriores que es necesario aplicar para lograr esos desplazamientos (las componentes de esta matriz son fuerzas generalizadas asociadas a desplazamientos generalizados). La matriz de rigidez relaciona las fuerzas nodales equivalentes y desplazamientos sobre los nodos de la estructura, mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} F_1 + R_1 \\ F_2 + R_2 \\ \dots \\ F_n + R_n \end{Bmatrix}_G = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \dots \\ \delta_n \end{Bmatrix}_G$$

Figura N°: 37 Ecuación de Rigidez
Fuente: Uribe, 2012

Donde la rigidez del sistema estructural se define según la matriz:

$$[K^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Figura N°: 38 Ecuación de Rigidez
Fuente: Uribe, 2012

Dónde:

L, A, I son las magnitudes geométricas (longitud, área y momento de inercia). La constante de elasticidad longitudinal (módulo de Young).

(Quispe, 2015)

2.2.12.10. Software Etabs

Fundamentos del software Etabs

ETABS es un software innovador y revolucionario para análisis estructural y dimensionamiento de edificios. Resultado de 40 años de investigación y desarrollo continuo, esta última versión de ETABS ofrece herramientas inigualables de modelado y visualización de objetos 3D, alta capacidad de poder analítico lineal y no lineal, opciones de dimensionamiento sofisticadas y que abarcan una amplia gama de materiales, esclarecedores gráficos, informes y diseños esquemáticos que facilitan la comprensión del análisis y de los respectivos resultados.

Desde el modelado de la estructura a la creación de diseños y detalles, ETABS cubre todos los pasos del proceso de dimensionamiento. La creación de modelos nunca ha sido tan sencilla – los comandos de diseño son intuitivos y permiten la rápida generación de plantas y alzados estructurales. Diseños CAD pueden convertirse directamente en modelos ETABS o usarse como plantillas a partir de los cuales se puede realizar el modelado. El

revolucionario SAPFire 64 bit solver permite el análisis rápido de modelos extremadamente complejos y soporta técnicas de modelado no lineales, como secuencia constructiva y efectos diferidos en el tiempo (por ejemplo: fluencia y retracción). Está incluido el dimensionamiento de estructuras metálicas y de hormigón armado con optimización automatizada, así como de vigas y pilares mixtos, de muros de hormigón y mampostería, y también la comprobación de seguridad de conexiones y chapas metálicas. Los modelos se pueden crear de forma realista, y todos los resultados pueden representarse directamente en la estructura. Se pueden crear informes, intuitivos y de fácil lectura, para cualquier análisis o dimensionamiento efectuado en el modelo. En el caso de estructuras de hormigón armado y estructuras metálicas, es posible obtener diseños esquemáticos del modelo, cuadros resumen de armaduras, tablas informativas de los perfiles y conexiones dimensionadas, detalles de los elementos estructurales y respectivos cortes.

ETABS proporciona un conjunto inigualable de herramientas para ingenieros de estructuras que modelan y dimensionan edificios – tanto edificios industriales de un piso, como también torres de varios pisos. Con enormes capacidades y de fácil uso, desde su primera edición ETABS no pierde sus principales características, proporcionando a sus usuarios un software tecnológicamente avanzado, productivo e intuitivo.

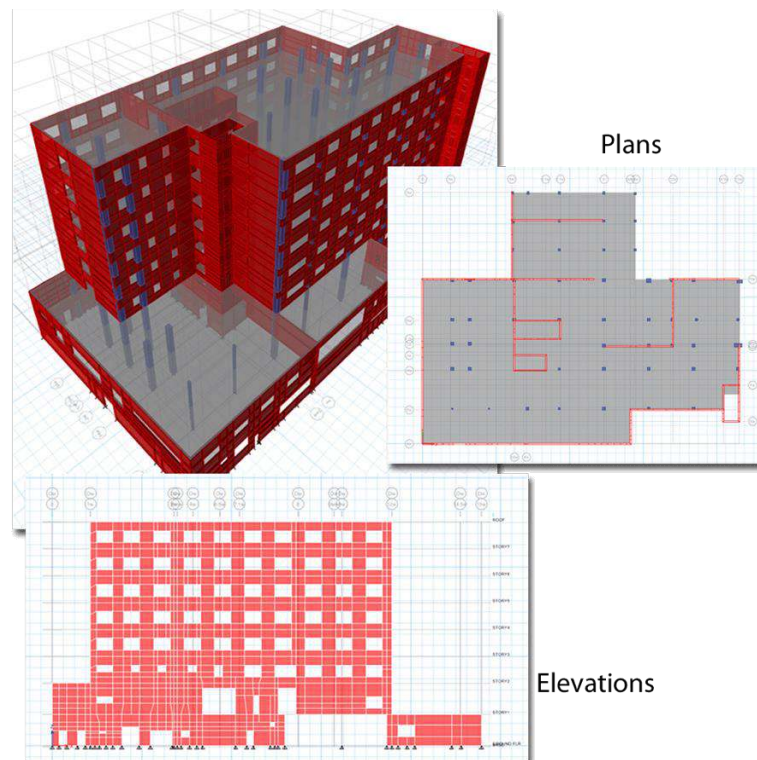


Figura N°: 39 Modelamiento 3D
Fuente: Etabs, 2016

2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

2.3.1. Acción.

Fenómeno físico donde interactúan dos cuerpos. Dicha interacción puede ser generada por efectos gravitatorios, inerciales o electromagnéticos. Ejemplo de ello las cargas de gravedad generados en edificios y movimiento sísmico del suelo que provoca acción inercial un edificio masa de edificio en movimiento. (Quispe, 2015).

2.3.2. Análisis lineal

Análisis que se realiza cuando que el módulo de elasticidad del material es constante. Además en ese tipo de análisis, la relación entre fuerzas y desplazamientos de sus puntos de aplicación son lineales y forman un sistema de ecuaciones en donde los coeficientes que lo conforman se lo conforman se lo denominan matriz de rigidez. (Quispe, 2015).

2.3.3. Articulación

Unión o extremo de un elemento estructural (barra) que evita el paso o transmisión de momentos flectores a otro elemento adyacente. (Quispe, 2015).

2.3.4. Barra

Elemento estructural lineal cuyas medidas se su sección son mucho menores que la longitud de la misma. (Quispe, 2015).

2.3.5. Carga

Las cargas estructurales son definidas como la acción directa de una fuerza concentrada o distribuida actuando sobre el elemento estructural y la cual produce estados tensionales sobre la estructura.

CLASIFICACION:

Se clasifican en:

PUNTUALES O CONCENTRADAS:

Son aquellas cargas que actúan en una superficie muy reducida (5% máximo) con respecto al área total. Ejemplo: Una Columna, un nervio sobre una viga de carga, el anclaje de un tensor, un puente grúa sobre una vía, entre otros.

CARGAS DISTRIBUIDAS: Son aquellas cargas que actúan de manera continua a lo largo de todo el elemento estructural o parte de el. Ejemplo: Peso propio de una losa, presión del agua sobre el fondo de un deposito, pared sobre la losa, entre otras. Ing. Oswaldo D. Centeno.

CARGA PERMANENTE: Son cargas por gravedad de magnitudes constantes que actúan de manera permanente sobre la estructura. Ejemplo: Peso propio de la losa, paredes, piso, ventanas, aires acondicionados, entre otros.

CARGA VIVA O VARIABLE: Son aquellas cargas cuyas magnitudes o posiciones o ambos aspectos a la vez varían según el uso de la estructura. (www.arqhys.com, 2016).

2.3.6. Discretizacion

Dividir un particional un todo en partes con menor complejidad, con la finalidad de facilitar cálculos. En área de estadística e matemática el término es utilizado para expresar la individualización (Discretizacion) de una unidad continua en unidades individuales.

(www.diccionarioinformal.com.br/discretizar/, 2016)

2.3.7. Estructura

El concepto de estructura proviene del término latino structūra. Una estructura suele ser definida como el conjunto de los elementos importantes de un cuerpo, un edificio u otra cosa. La estructura suele relacionarse con la armadura que sirve de soporte para ese determinado cuerpo, edificio, entre otros.

La palabra estructura es utilizada en diversas materias.

Desde la Arquitectura y la ingeniería civil se hace referencia a los elementos que cumplen la función de resistir las cargas. Para ello cumplen la condición de estabilidad y equilibrio. La primera condición se vincula con los movimientos de los edificios. Esto evita posibles derrumbes a causas de factores externos como el viento. La segunda condición, el equilibrio, garantiza también la inmovilidad, pero a su vez no permite que se altere la forma del edificio. (Concepto. De, 2016).

2.3.8. Fluencia

La fluencia o cedencia es la deformación irre recuperable de la probeta, a partir de la cual sólo se recuperará la parte de su deformación

correspondiente a la deformación elástica, quedando una deformación irreversible. Este fenómeno se sitúa justo encima del límite elástico, y se produce un alargamiento muy rápido sin que varíe la tensión aplicada. Mediante el ensayo de tracción se mide esta deformación característica que no todos los materiales experimentan. (McGraw-Hill, 2005).

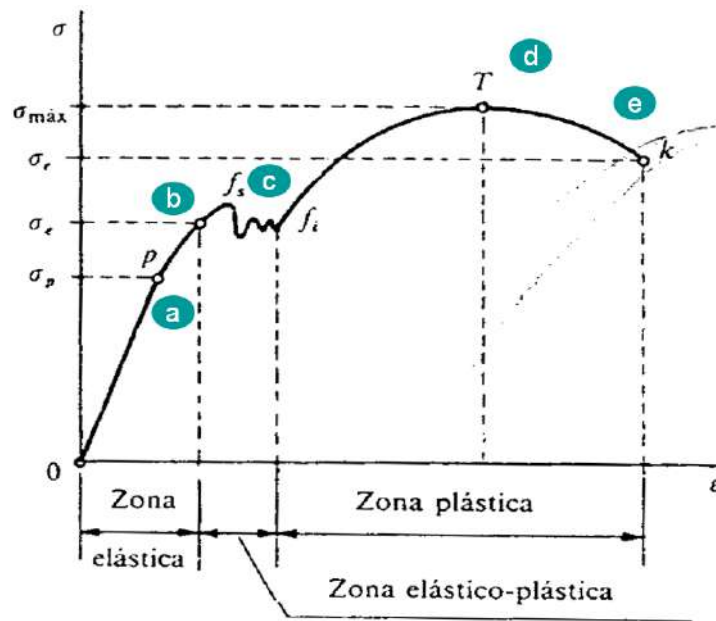


Figura N°: 40 Curva de Elasticidad
Fuente: Quispe, 2015

2.3.9. Fuerza

En física, la fuerza es una magnitud vectorial que mide la razón de cambio de momento lineal entre dos partículas o sistemas de partículas. Según una definición clásica, fuerza es todo agente capaz de modificar la cantidad de movimiento o la forma de los materiales. No debe confundirse con los conceptos de esfuerzo o de energía.

En el Sistema Internacional de Unidades, la unidad de medida de fuerza es el newton que se representa con el símbolo: N , nombrada así en reconocimiento a Isaac Newton por su aportación a la física, especialmente a la mecánica clásica. El newton es una unidad derivada del SI que se define como la fuerza necesaria para proporcionar una

aceleración de 1 m/s² a un objeto de 1 kg de masa. (Landau & Lifshitz, 1991).

2.3.10. Matriz

En matemática, una matriz es un arreglo bidimensional de números. Dado que puede definirse tanto la suma como el producto de matrices, en mayor generalidad se dice que son elementos de un anillo. Una matriz se representa por medio de una letra mayúscula(A,B..) y sus elementos con la misma letra en minúscula (a,b...), con un doble subíndice donde el primero indica la fila y el segundo la columna a la que pertenece.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Figura N°: 41 Matriz
Fuente: Uribe, 2012

Las matrices se utilizan para múltiples aplicaciones y sirven, en particular, para representar los coeficientes de los sistemas de ecuaciones lineales o para representar transformaciones lineales dadas una base. En este último caso, las matrices desempeñan el mismo papel que los datos de un vector para las aplicaciones lineales.

Pueden sumarse, multiplicarse y descomponerse de varias formas, lo que también las hace un concepto clave en el campo del álgebra lineal. (Beezer, Rob, 2016).

2.3.11. Reacción

En ingeniería estructural e ingeniería mecánica, una reacción es una fuerza de sujeción de un elemento resistente al suelo u otro elemento de grandes dimensiones que sirve de soporte al elemento resistente. En sentido general a veces se habla de momentos de empotramiento o

momentos reacción, en el caso de enlaces que además impiden el giro de algunas secciones de unión. (Marion & Thornton, 1995).

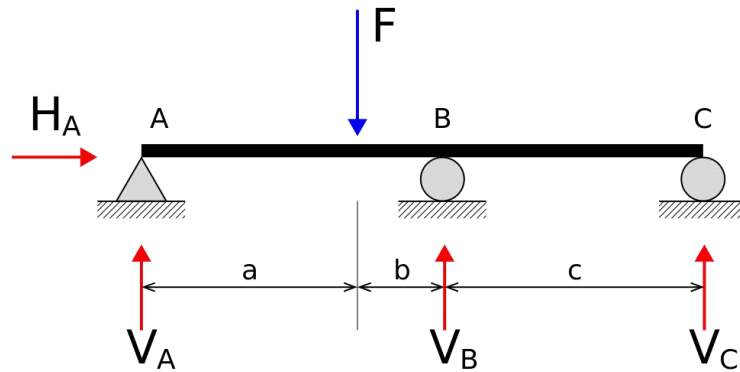


Figura N°: 42 Reacciones
Fuente: Uribe, 2012

2.3.12. Rigidez

Rigidez es la propiedad de un cuerpo, elemento o estructura de oponerse a las deformaciones. También podría definirse como la capacidad de soportar cargas o tensiones sin deformarse o desplazarse excesivamente. (Cabrera, 2016).

CAPÍTULO III

3.0. PROPUESTA TECNICA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. FUNDAMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

Durante casi 30 años, ETABS ha sido reconocido como el programa estándar para el Análisis y Diseño estructural de edificaciones. ETABS es ideal para el análisis y diseño de edificios y naves industriales. ETABS es la solución, si se está diseñando un simple pórtico 2D o realizando de un análisis dinámico de un edificio de gran altura que utiliza amortiguadores.

Pero sin embargo este debe ser verificado y validado en nuestro medio, para ello tenemos un método de cálculo analítico sofisticado y basado también en el método de los elementos finitos.

En la edificación en estudio se verificara los resultados de las cargas de reacción, frente a las solicitaciones externas.

El Etabs nos permite realizar cálculos en tiempos relativamente cortos, pero esto no nos garantiza la confiabilidad de los resultados, los cuales serán validados con el método matricial.

El avance de la tecnología ha generado la pérdida de juicio y la capacidad de interpretación, es así que el ingeniero civil, ha desplazado los métodos de cálculo analítico con los procesos de cálculo por computador, con el presente estudio se pretende

comprobar confiabilidad de los resultados del software Etabs frente el método matricial.

3.2. DESARROLLO TECNICO DE LA INVESTIGACION

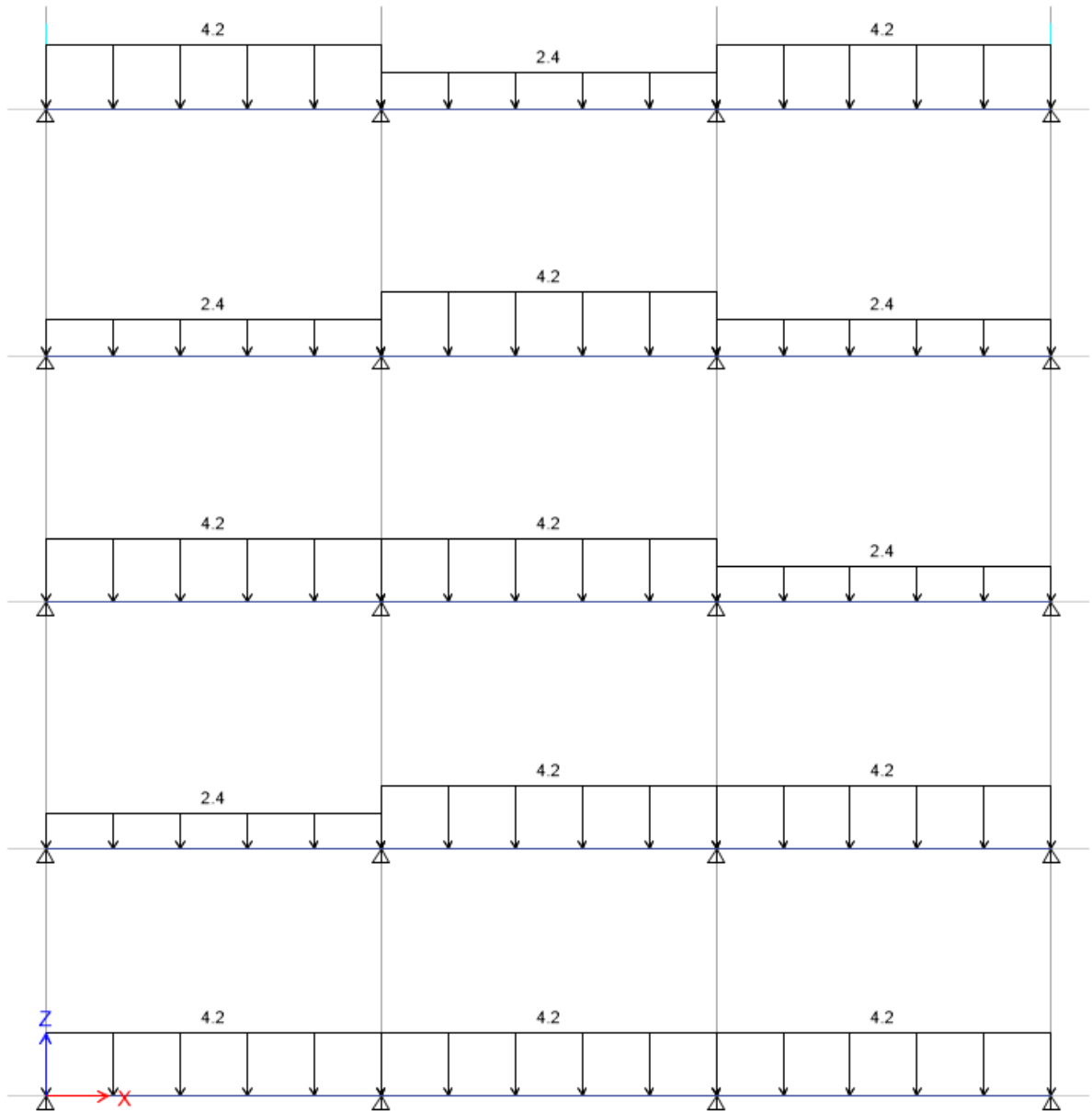
3.2.1. ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES CON EL MÉTODO MATRICIAL DE ESTRUCTURAS.

- Vigas continuas:
- Pórticos:
- Cerchas:

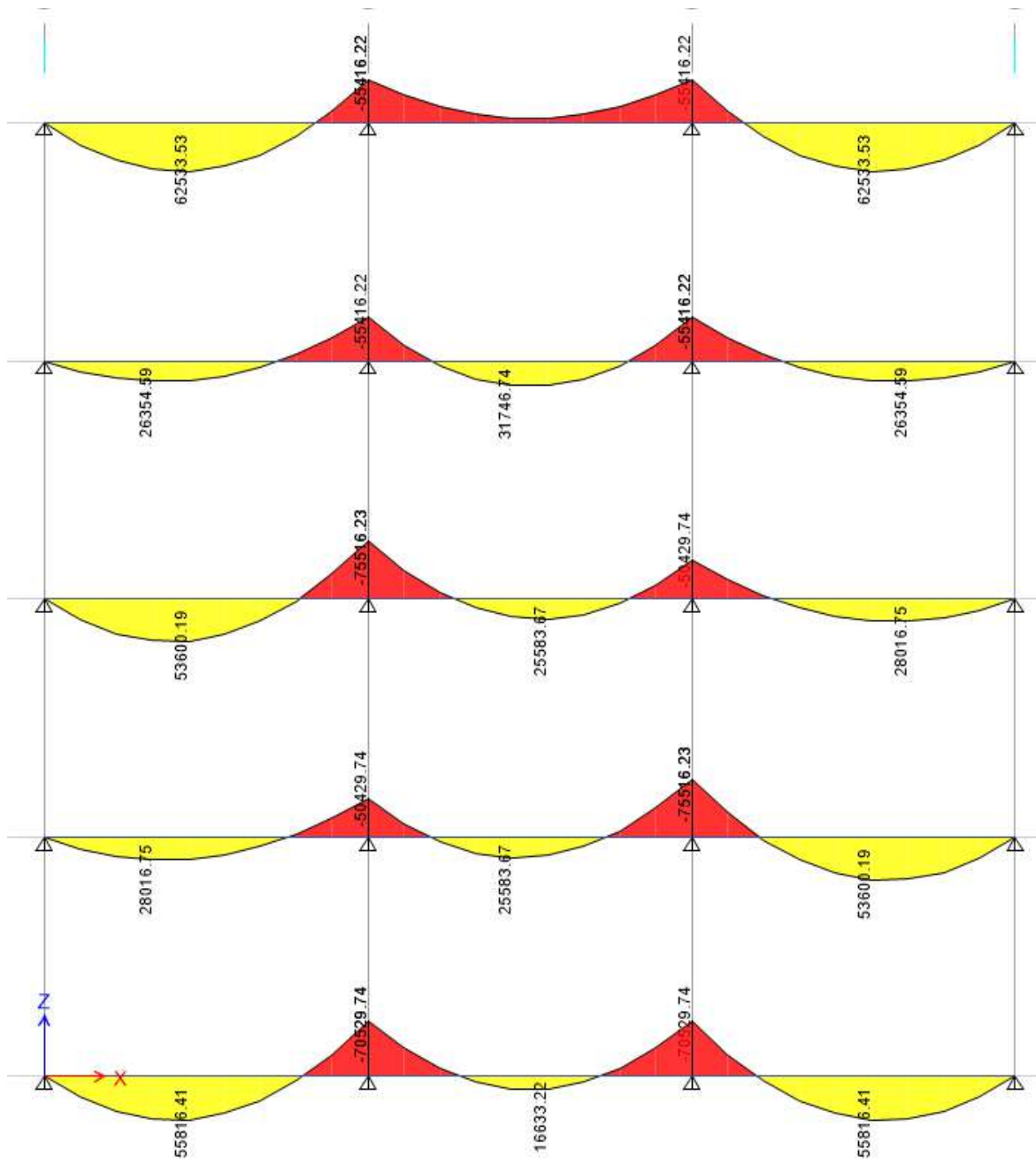
Ver hoja de cálculo adjunto. (Anexos)

3.2.2. ANÁLISIS ESTRUCTURAL CON EL SOFTWARE ETABS 2015.

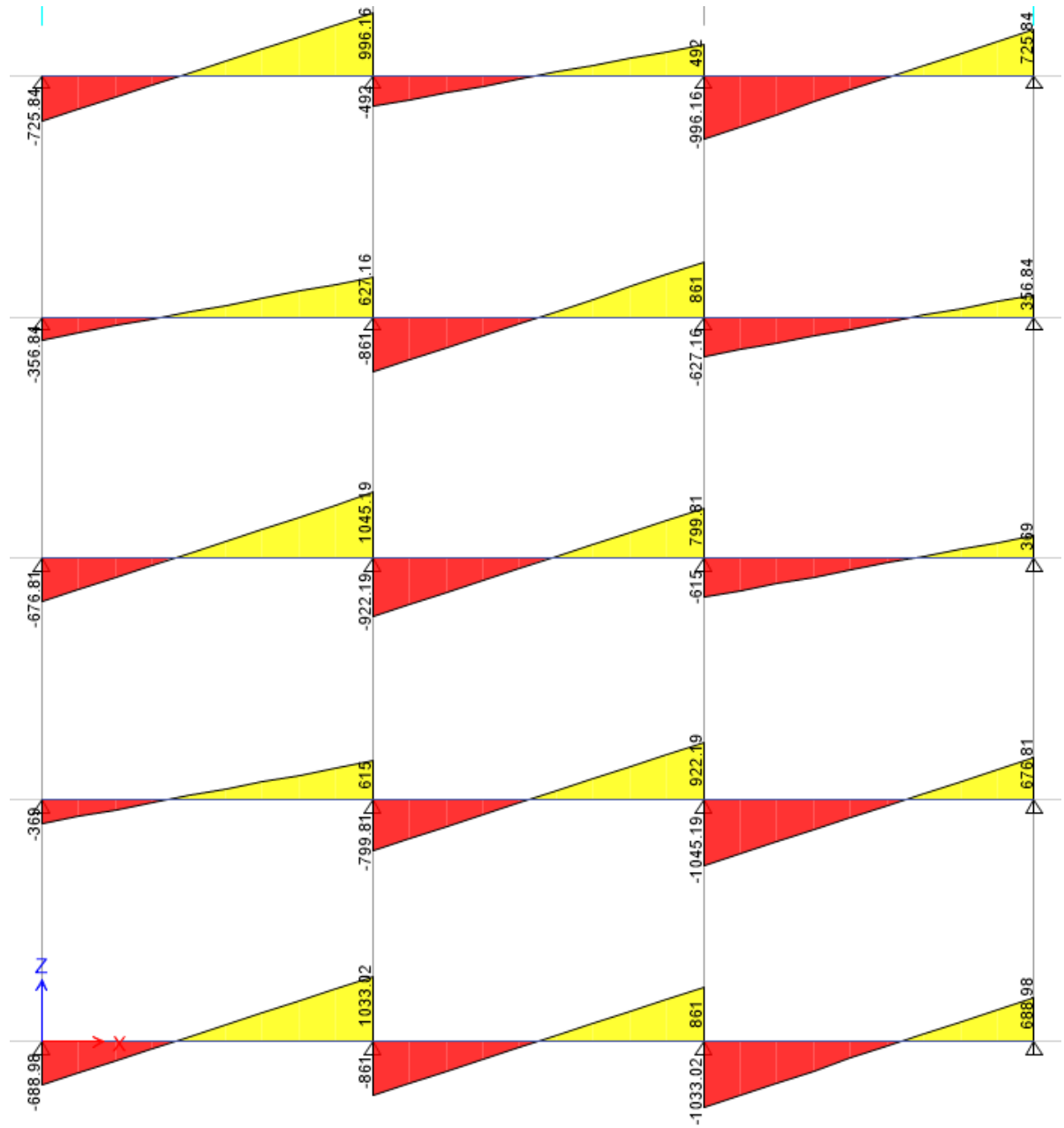
➤ Vigas continuas:



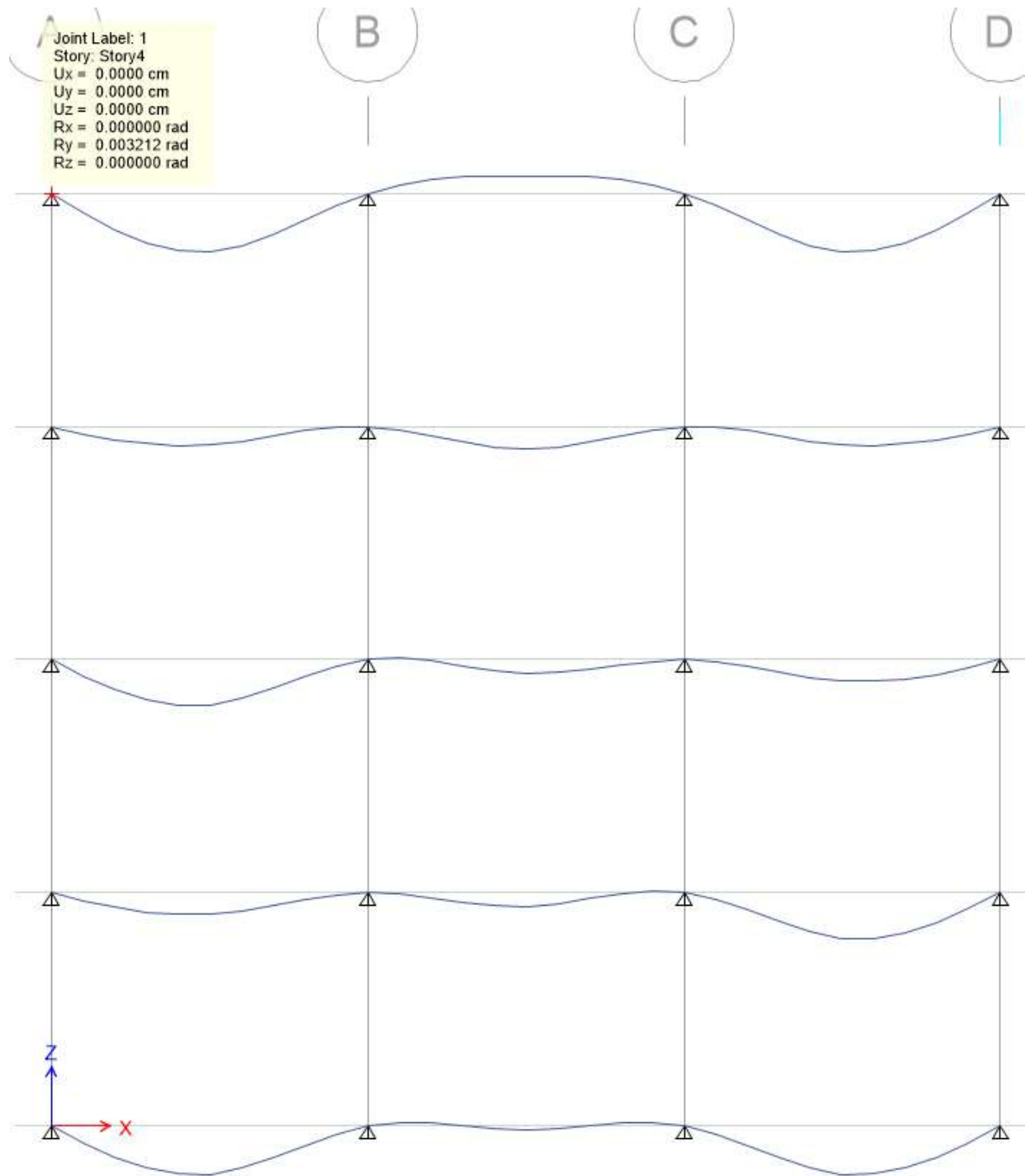
Momentos:



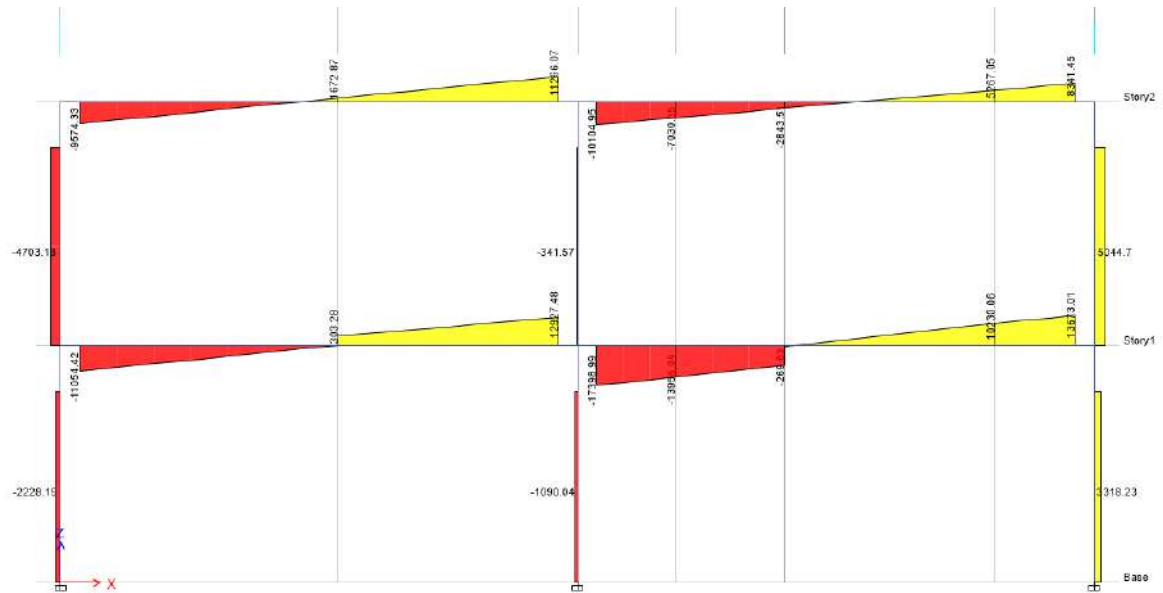
Cortantes:



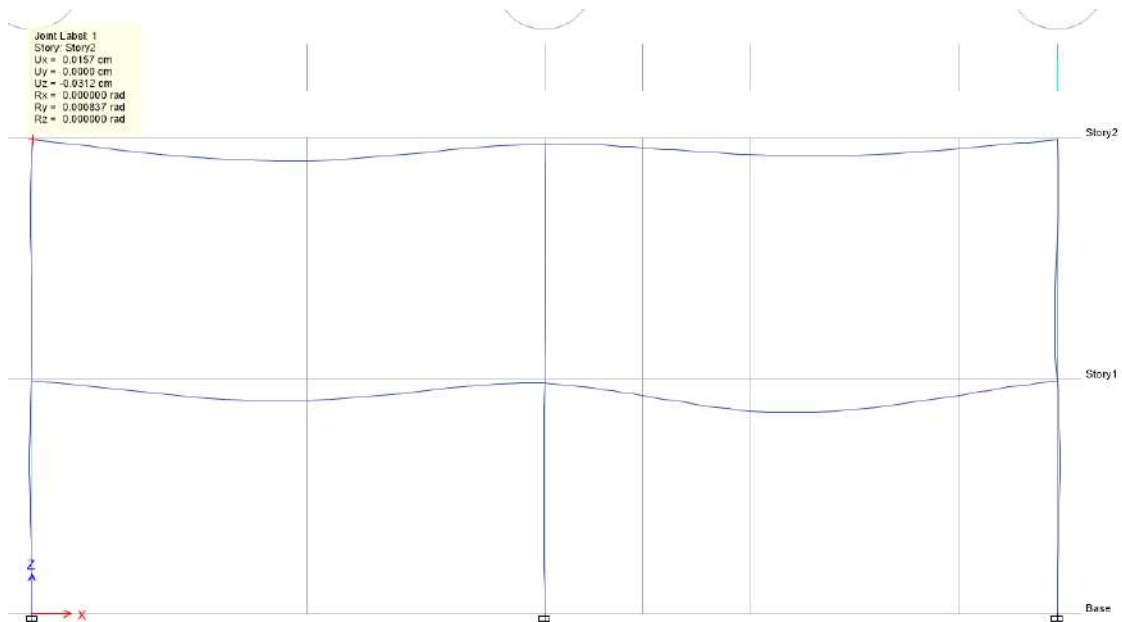
Deformada:



Cortantes:



Deformada:



➤ Cerchas: (Anexos)

3.3. VIABILIDAD DEL ESTUDIO

3.3.1. Viabilidad técnica

En el presente proyecto se comparara los resultados obtenidos del cálculo estructural de un elemento con métodos matriciales y con el uso del software, y así determinar el grado de confianza al software de diseño estructural.

Los procesos analíticos son muy laboriosos con el uso del método matricial los cuales pueden ser omitidas por el software Etabs 2015, pero con ello se debe realizar al menos un elemento con fin de comprobación de resultados con la aplicación del método marcial analítico.

3.3.2. Viabilidad económica

Utilizar tecnologías Etabs 2015 y el método matricial, para su adecuado funcionamiento se solicitara una licencia estudiantil a CSI, que tiene una vigencia de 03 años, suficiente tiempo para completar la investigación, los costos implicados en el desarrollo de modelo Etabs 2015 son: Instalación del paquete de software Etabs, manuales, adquisición de textos de estructuras relacionados con el método matricial, elementos finitos, además de la capacitación especializada, para esta parte del trabajo de investigación se requerirá un presupuesto de S/. 6,545.00 soles, lo que hace viable su ejecución, y se puede apreciar los costos implicados en la siguiente tabla.

Tabla N° 03

Presupuesto Para Análisis Estructural

ITEM	PRESUPUESTO	UND.	CANTIDAD	P.U.	PARCIAL
1	PAPEL BOND A4	MILLAR	2	25.00	50.00
2	TINTA PARA IMPRESORA	LITRO	1	120.00	120.00
3	SOFTWARE SAP2000	UND.	1	400.00	400.00
4	SERVICIO DE ASESORIA	GBL.	1	2,000.00	2,000.00
5	LAPICEROS TINTA LIQUIDA	UND.	5	5.00	25.00
6	CALCULADORAHP 50G	UND.	1	450.00	450.00
7	COMPUTADORA PERSONAL CORE I7	UND.	1	3,500.00	3,500.00
TOTAL PRESUPUESTO					S/. 6,545.00

Fuente: elaboración propia.

3.3.3. Viabilidad social

Con la presente investigación se contribuirá con a los estudiantes de Ingeniería Civil, Profesionales, Sociedad Civil, con la demostración analítica y detallada del método matricial, manejo del software Etabs 2015.

CAPÍTULO IV

4.0. PRESENTACIÓN, ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. EXPERIMENTACIÓN Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

4.1.1. Losas

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 1.

CORTANTES			MOMENTOS			ROTACIONES		
NODO	MATRICIAL	ETABS	NODO	MATRICIAL	ETABS	NODO	MATRICIAL	ETABS
	V (kgf)	V (kgf)		M (kgf-cm)	M (kgf-cm)		V (kgf)	V (kgf)
1	725.700	725.84	1	0.000	0	1	0.0031985	0.002814
2	996.300	996.16	2	55473.000	55416.22	2	0.00173254	0.000928
2	492.000	492	2	55473.000	55416.22	3	0.0017325	0.000928
3	492.000	492	3	55473.000	55416.22	4	0.00319854	0.002814
3	996.300	996.16	3	55473.000	55416.22			
4	725.700	725.84	4	0.000	0			

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 2.

CORTANTES			MOMENTOS			ROTACIONES		
NODO	MATRICIAL	ETABS	NODO	MATRICIAL	ETABS	NODO	MATRICIAL	ETABS
	V (kgf)	V (kgf)		M (kgf-cm)	M (kgf-cm)		V (kgf)	V (kgf)
1	356.700	356.84	1	0.000	0	1	0.0012011	0.00121
2	627.300	627.16	2	55473.000	55416.22	2	0.0002669	0.000271
2	861.000	861	2	55473.000	55416.22	3	0.00026691	0.000271
3	861.000	861	3	55473.000	55416.22	4	0.00120108	0.00121
3	627.300	627.16	3	55473.000	55416.22			
4	356.700	356.84	4	0.000	0			

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 3.

CORTANTES			MOMENTOS			ROTACIONES		
NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)	NODO	MATRICIAL M (kgf-cm)	ETABS M (kgf-cm)	NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)
1	676.500	676.81	1	0.000	0	1	0.00266908	0.002683
2	1045.500	1045.19	2	75645.000	75516.23	2	0.00066727	0.000664
2	922.500	922.19	2	75645.000	75516.23	3	1.08E-19	0.000007
3	799.500	799.81	3	50430.000	50429.74	4	0.00133454	0.001341
3	615.000	615	3	50430.000	50429.74			
4	369.000	369	4	0.000	0			

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 4.

CORTANTES			MOMENTOS			ROTACIONES		
NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)	NODO	MATRICIAL M (kgf-cm)	ETABS M (kgf-cm)	NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)
1	369.000	369	1	0.000	0	1	-0.00133454	0.001341
2	-615.000	615	2	50430.000	50429.74	2	0	0.000007
2	799.500	799.81	2	50430.000	50429.74	3	-6.67E-04	0.000664
3	-922.500	922.19	3	75645.000	75516.23	4	0.00266908	0.002683
3	1045.500	1045.19	3	75645.000	75516.23			
4	-676.500	676.81	4	0.000	0			

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 5.

CORTANTES			MOMENTOS			ROTACIONES		
NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)	NODO	MATRICIAL M (kgf-cm)	ETABS M (kgf-cm)	NODO	MATRICIAL V (kgf)	ETABS V (kgf)
1	688.800	-688.98	1	0.000	0	1	0.0028	0.002814
2	-1033.200	1033.02	2	70602.000	70529.74	2	0.000934	0.000928
2	861.000	-861	2	70602.000	70529.74	3	0.00093	0.000928
3	-861.000	861	3	70602.000	70529.74	4	0.002803	0.002814
3	1033.200	-1033.02	3	70602.000	70529.74			
4	-688.800	688.98	4	0.000	0			

4.2. CONTRASTACION DE LA HIPOTESIS

4.2.1. Hipótesis del investigador

Prueba de hipótesis general

Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

- El análisis estructural de los elementos estructurales de una edificación con el método matricial y el software Etabs 2015 presenta resultados numéricos coincidentemente satisfactorios.

Losas:

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 1.

CORTANTES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	738	738
Varianza	50954.472	50924.1805
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5 tabla
F	1.00059484	
P(F<=f) una cola	0.49974762	
Valor crítico para F (una cola)	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de

MOMENTOS

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	36982	36944.1467
Varianza	820600994	818921984
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5 tabla
F	1.00205027	
P(F<=f) una cola	0.49913073	
Valor crítico para F (una cola)	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de

ROTACIONES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	0.00246552	0.001871
Varianza	7.1639E-07	1.1857E-06
Observaciones	4	4
Grados de libertad	3	3 tabla
F	0.60420535	
P(F<=f) una cola	0.34453954	
Valor crítico para F (una cola)	0.10779779	

RECHAZAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 2.

CORTANTES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	615	615
Varianza	50954.472	50924.18048
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.000594836	
P(F<=f) una cola	0.499747619	
Valor crítico para F (una cola)	5.050329058	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de analisis

MOMENTOS

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	36982	36944.14667
Varianza	820600994.4	818921983.8
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.002050269	
P(F<=f) una cola	0.49913073	
Valor crítico para F (una cola)	5.050329058	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de analisis

ROTACIONES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	0.000733998	0.0007405
Varianza	2.90901E-07	2.93907E-07
Observaciones	4	4
Grados de libertad	3	3
F	0.989770704	
P(F<=f) una cola	0.496727189	
Valor crítico para F (una cola)	0.107797789	

RECHAZAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de analisis

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 3.

CORTANTES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	738	738
Varianza	57490.2	57429.2689
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.001060977	
P(F<=f) una cola	0.499549946	
Valor crítico para F (una cola)	5.050329058	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los metodos de

MOMENTOS

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	42025	41981.99
Varianza	1186819620	1183358887
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.0029245	
P(F<=f) una cola	0.498760617	
Valor crítico para F (una cola)	5.050329058	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los metodos de

ROTACIONES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	Variable 1	Variable 2
Media	0.001167723	0.00117375
Varianza	1.29864E-06	1.309E-06
Observaciones	4	4
Grados de libertad	3	3
F	0.992098774	
P(F<=f) una cola	0.497474993	
Valor crítico para F (una cola)	0.107797789	

RECHAZAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de analisis

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 4.

CORTANTES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	738	738
Varianza	57490.2	57429.2689
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.00106098	
P(F<=f) una cola	0.49954995	
Valor crítico para F (ur	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los

MOMENTOS

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	42025	41981.99
Varianza	1186819620	1183358887
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.0029245	
P(F<=f) una cola	0.49876062	
Valor crítico para F (ur	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los

ROTACIONES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	0.00116772	0.00117375
Varianza	1.2986E-06	1.309E-06
Observaciones	4	4
Grados de libertad	3	3
F	0.9920958	
P(F<=f) una cola	0.49747404	
Valor crítico para F (ur	0.10779779	

RECHAZAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 5.

CORTANTES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	861	861
Varianza	23722.272	23672.7043
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.00209387	
P(F<=f) una cola	0.49911226	
Valor crítico para F (una cola)	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los metodos de

MOMENTOS

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	47068	47019.8267
Varianza	1329237974	1326518460
Observaciones	6	6
Grados de libertad	5	5
F	1.00205011	
P(F<=f) una cola	0.4991308	
Valor crítico para F (una cola)	5.05032906	

ACEPTAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que NO hay diferencias en los metodos de

ROTACIONES

Prueba F para varianzas de dos muestras

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	0.00186675	0.001871
Varianza	1.165E-06	1.1857E-06
Observaciones	4	4
Grados de libertad	3	3
F	0.9825827	
P(F<=f) una cola	0.49440727	
Valor crítico para F (una cola)	0.10779779	

RECHAZAR HIPOTESIS NULA

Se concluye que hay diferencias en los metodos de analisis

Prueba de hipótesis específico

Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

- El Software Etabs 2015 es preciso en el cálculo estructural de elementos estructurales de una edificación.
- El método matricial es preciso en el cálculo estructural de elementos estructurales de una edificación.
- El Software Etabs 2015 y método matricial no presenta diferencias numéricas significativas.

Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alterna (H1)

- Se verifica en las rotaciones de cada nudo hay una diferencia significativa.

Losas:

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 1.

Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alterna (H1)

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 2.

Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alterna (H1)

Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alterna (H1)

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 3.

Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alternativa (H1)

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 4.

Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alternativa (H1)

Piso 1 Tipo 1 estado de cargas 5.

Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) ≠ Hipótesis Alternativa (H1)

4.3. DISCUSION DE RESULTADOS

De acuerdo a los resultados obtenidos, mediante la estadística F de Fisher se tiene los siguientes resultados:

De los cálculos estadísticos realizados se obtiene que los momentos, cortantes calculados por los métodos matricial y software Etabs, no presenta variaciones significativas, solamente con respecto a la rotación. Por lo que se valida el software Etabs 2015 para el cálculo de Vigas continuas.

➤ Momentos: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

➤ Cortantes: Hipótesis Nula (H0) = Hipótesis Alternativa (H1)

➤ Rotaciones: Hipótesis Nula (H0) # Hipótesis Alterna (H1)

Para el cálculo de pórticos mediante el método matricial y Etabs se aproximan muy significativamente, además se debe reconocer que el software no calcula los esfuerzos en las juntas de viga columna, por lo que este punto se considera como un brazo rígido sin deformaciones.

CONCLUSIONES

- Primero: El análisis comparativo del cálculo estructural mediante el software Etabs 2015 frente al método matricial de estructuras en edificaciones – 2016, no existe diferencias significativas. Con medias aritméticas de 738 en cortantes, Matricial 36982, Etabs 36944.14667.
- Segundo: El software Etabs 2015 determina de manera satisfactoria los esfuerzos de corte, momentos y desplazamientos en los elementos estructurales de una edificación.
- Tercero: El método matricial determina de manera satisfactoria los esfuerzos de corte, momentos y desplazamientos en los elementos estructurales de una edificación.
- Cuarto: El resultado del cálculo estructural, realizado mediante los métodos Etabs y método matricial, coincide satisfactoriamente en cortantes y momentos, pero hay variaciones significativas con las rotaciones nodales, con medias aritméticas matricial 0.00246552, Etabs 0.001871.

RECOMENDACIONES

- Los modelamientos y cálculos estructurales de una edificación deben ser verificados con el método matricial al menos 01 elemento.
- En método matricial es proceso analítico, sistemático que debe estudiarse con más profundidad.
- El software Etabs 2015, debe aplicarse a ciertos casos, ya que tiene pre definido algunas condiciones rígidas.
- Realizar con otro software el cálculo estructural de edificaciones, para así determinar el grado de confiabilidad del mismo.

BIBLIOGRAFÍA

Arbulu B. (2011) Análisis Estructural. Lima: Universidad Nacional de Ingeniería.

A. Yáñez S (2015) Análisis de Respuesta Sísmica en Edificios Tipo Túnel, Bajo Régimen Elástico Daniel, Mérida.

Blanco, C. (2015) Análisis Matricial de Estructuras, Venezuela.

Beezer, Rob, (2005) Un primer curso en álgebra lineal, Estados Unidos.

Beer J, G. (2013). Mecánica Vectorial Para Ingenieros.

Carrasco D. (2005) Metodología de la Investigación Científica, Lima, Perú.

Delgado, G. (2011). Diseño de Estructuras Aporticadas de Concreto Armado, Lima, Perú.

Quispe P. (2015) Método Matricial De Estructuras, Puno, Perú

McGraw-Hill,(2005) Tecnología Industrial II, Mexico.

Marion & Thornton, (1995) Dynamics of Particles and Systems. Fourth, Estados Unidos.

Landau & Lifshitz: Mecánica, Ed. Reverté, Barcelona, 1991. ISBN 84-291-4081-6.

Tecnología Industrial II", McGraw-Hill, 2005

Jose Cabrera RESISTENCIA Vs. RIGIDEZ 2016

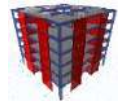
Uribe E. (2012) Análisis Estructural Colombia.

(www.arqhys.com, 2016).

(www.diccionariohttp://concepto.de/estructura/

informal.com.br/discretizar/, 2016.

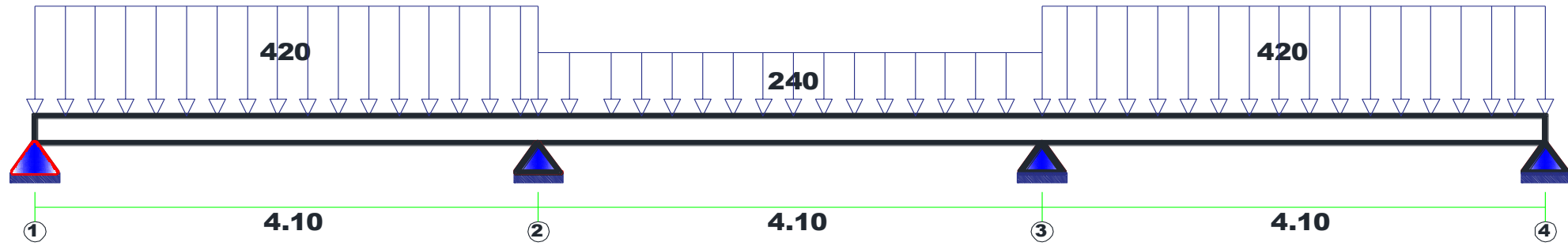
ANEXOS



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL



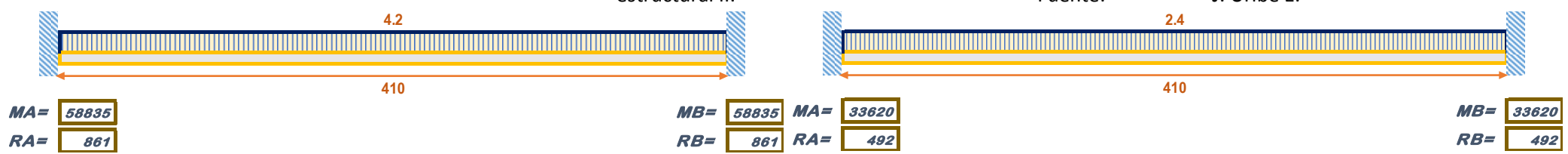
FC= 210 Kg/cm²
A= 350 = 350 cm²
I= 11816.66667
E= 218819.7889 kg/cm²

SOLUCION

Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reacciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



Barra 01

Reaccion en X	N12
Reaccion en Y	V12
Momento ij	M12
Reaccion en X	N21
Reaccion en Y	V21
Momento ji	M21

=	0	kg
	861	kg
	58835	kg-cm
	0	kg
	861	kg
	-58835	kg-cm

Barra 02

N23	0	kg
V23	492	kg
M23	33620	kg-cm
N32	0	kg
V32	492	kg
M32	-33620	kg-cm

Barra 03

N34
V34
M34
N43
V43
M43

=	0	kg
	861	kg
	58835	kg-cm
	0	kg
	861	kg
	-58835	kg-cm

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

N1	0
V1	861
M1	58835
N2	0
V2	1353
M2	-25215
N3	0
V3	1353
M3	25215
N4	0
V4	861
M4	-58835

Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm

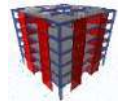
$$\begin{Bmatrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{Bmatrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural.

N1	0
V1	0
M1	0
N2	0
V2	0
M2	0
N3	0
V3	0
M3	0
N4	0
V4	0
M4	0

Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 1353 \\ -25215 \\ 0 \\ 1353 \\ 25215 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -861 \\ -58835 \\ 0 \\ -1353 \\ 25215 \\ 0 \\ -1353 \\ -25215 \\ 0 \\ -861 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm

Matriz de Rigidez de las Barras
Barra 1

$$F = F \text{ NUDOS} - F \text{ EMPOTR.}$$

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
1	350	11816.67	410	218819.8	186797.4	450.206	92292.23	3E+07	1E+07

$$K1 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 450.206 & 92292.23 & 0 & -450.206 & 92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 25226542 & 0 & -92292.23 & 12613271 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -450.206 & -92292.23 & 0 & 450.206 & -92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 12613271 & 0 & -92292.23 & 25226542 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2

Barra 2

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
2	350	11816.67	410	218819.8	186797.4	450.206	92292.23	3E+07	1E+07

$$K2 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 450.206 & 92292.23 & 0 & -450.206 & 92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 25226542 & 0 & -92292.23 & 12613271 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -450.206 & -92292.23 & 0 & 450.206 & -92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 12613271 & 0 & -92292.23 & 25226542 \end{pmatrix}$$

U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3

Barra 3

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
3	350	11816.67	410	218819.8	186797.4	450.206	92292.23	3E+07	1E+07

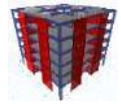
$$K3 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 450.206 & 92292.23 & 0 & -450.206 & 92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 25226542 & 0 & -92292.23 & 12613271 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -450.206 & -92292.23 & 0 & 450.206 & -92292.23 \\ 0 & 92292.23 & 12613271 & 0 & -92292.23 & 25226542 \end{pmatrix}$$

U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$KT = \begin{pmatrix} 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 450.2059758 & 92292.22505 & 0 & -450.2059758 & 92292.22505 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92292.22505 & 25226541.51 & 0 & -92292.22505 & 12613270.76 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 900.4119517 & 0 & 0 & -450.2059758 & 92292.22505 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & 0 & 50453083.03 & 0 & -92292.22505 & 12613270.76 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 900.4119517 & 0 & 0 & -450.206 & 92292.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & 0 & 50453083.03 & 0 & -92292.2 & 1.3E+07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 450.206 & -92292 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & -92292.2 & 2.5E+07 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Reduccion de la matriz de rigidez global según condicion de frontera, Matriz reducida

$$\mathbf{KT} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25226541.51 & 12613270.76 & 0 & 0 \\ 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 & 0 \\ 0 & 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 \\ 0 & 0 & 12613270.76 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

Reemplazamos en la ecuacion fundamental del metodo matricial

En la matriz de fuerzas reemplazamos los resultados obtenidos de la matriz del vector de fuerzas internas

$$\begin{pmatrix} \text{M1} \\ \text{M2} \\ \text{M3} \\ \text{M4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25226541.51 & 12613270.76 & 0 & 0 \\ 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 & 0 \\ 0 & 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 \\ 0 & 0 & 12613270.76 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \quad \boxed{\{F\} = [K] \cdot \{U\}}$$

$$\begin{pmatrix} -58835 \\ 25215 \\ -25215 \\ 58835 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25226541.51 & 12613270.76 & 0 & 0 \\ 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 & 0 \\ 0 & 12613270.76 & 50453083.03 & 12613270.76 \\ 0 & 0 & 12613270.76 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 4.58071\text{E-}08 & -1.23327\text{E-}08 & 3.52363\text{E-}09 & -1.76181\text{E-}09 \\ -1.23327\text{E-}08 & 2.46654\text{E-}08 & -7.04725\text{E-}09 & 3.52363\text{E-}09 \\ 3.52363\text{E-}09 & -7.04725\text{E-}09 & 2.46654\text{E-}08 & -1.23327\text{E-}08 \\ -1.76181\text{E-}09 & 3.52363\text{E-}09 & -1.23327\text{E-}08 & 4.58071\text{E-}08 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \begin{pmatrix} -58835 \\ 25215 \\ -25215 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.003198536 \\ 0.00173254 \\ -0.00173254 \\ 0.003198536 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \end{matrix}$$

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de emporamiento perfecto.

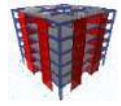
$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = [K] * \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{bmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Ki} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U1x \\ U1y \\ R1 \\ U2x \\ U2y \\ R2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F1x \\ F1y \\ M12 \\ F2x \\ F2y \\ M21 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{UIX} & \text{UIY} & \text{R1} & \text{U2X} & \text{U2Y} & \text{R2} \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 450.2059758 & 92292.22505 & 0 & -450.2059758 & 92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 25226541.51 & 0 & -92292.22505 & 12613270.76 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 450.2059758 & -92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & -92292.22505 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{UIX} \\ \text{UIY} \\ \text{R1} \\ \text{U2X} \\ \text{U2Y} \\ \text{R2} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.003199 \\ 0 \\ 0 \\ 0.001733 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -135.3 \\ -58835 \\ 0 \\ 135.3 \\ 3362 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 725.7 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -996.3 \\ 55473.0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \end{matrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 450.2059758 & 92292.22505 & 0 & -450.2059758 & 92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 25226541.51 & 0 & -92292.22505 & 12613270.76 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 450.2059758 & -92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & -92292.22505 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.00173254 \\ 0 \\ 0 \\ -0.00173254 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix}$$

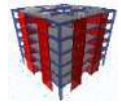
$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5.68E-14 \\ 21853 \\ 0 \\ 5.68E-14 \\ -21853 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 55473 \\ 0 \\ -492 \\ 55473 \end{pmatrix}$$

Barra 03

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 450.2059758 & 92292.22505 & 0 & -450.2059758 & 92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 25226541.51 & 0 & -92292.22505 & 12613270.76 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -450.2059758 & -92292.22505 & 0 & 450.2059758 & -92292.22505 \\ 0 & 92292.22505 & 12613270.76 & 0 & -92292.22505 & 25226541.51 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.00173254 \\ 0 \\ 0 \\ 0.003198536 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

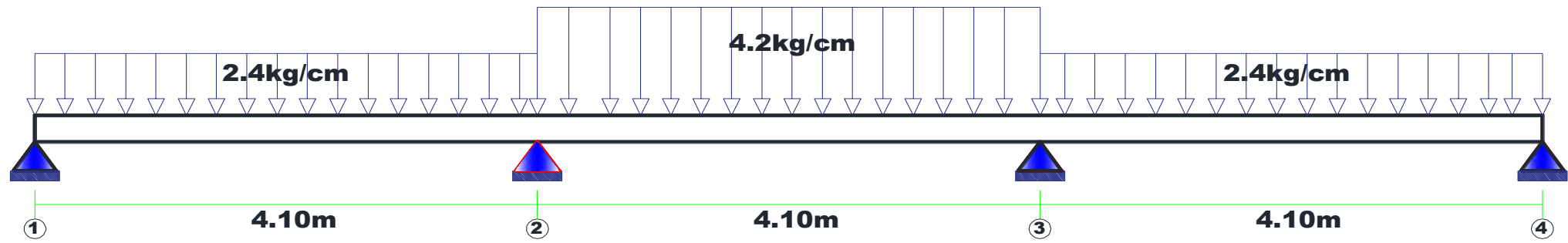
$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 135.3 \\ -3362 \\ 0 \\ -135.3 \\ 58835 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 996.3 \\ 55473 \\ 0 \\ -725.7 \\ 1.5E-11 \end{pmatrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 02



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL



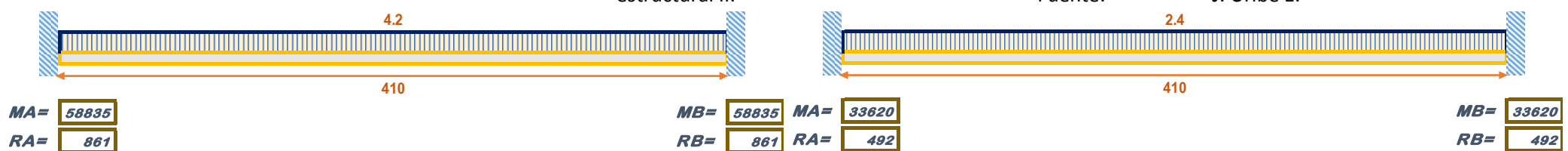
FC= 210 Kg/cm²
A= 350 = 350 cm²
I= 11800.6
E= 218819.7889 kg/cm²

SOLUCION

Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reacciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



Barra 01

Reaccion en X	N12
Reaccion en Y	V12
Momento ij	M12
Reaccion en X	N21
Reaccion en Y	V21
Momento ji	M21

=	0	kg
	492	kg
	33620	kg-cm
	0	kg
	492	kg
	-33620	kg-cm

Barra 02

N23	0	kg
V23	861	kg
M23	58835	kg-cm
N32	0	kg
V32	861	kg
M32	-58835	kg-cm

Barra 03

N34
V34
M34
N43
V43
M43

=	0	kg
	492	kg
	33620	kg-cm
	0	kg
	492	kg
	-33620	kg-cm

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

N1	0
V1	492
M1	33620
N2	0
V2	1353
M2	25215
N3	0
V3	1353
M3	-25215
N4	0
V4	492
M4	-33620

Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm

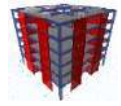
$$\begin{Bmatrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{Bmatrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural.

N1	0
V1	0
M1	0
N2	0
V2	0
M2	0
N3	0
V3	0
M3	0
N4	0
V4	0
M4	0

Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm
Kg
Kg
Kg - cm

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 02



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 1353 \\ 25215 \\ 0 \\ 1353 \\ -25215 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -492 \\ -33620 \\ 0 \\ -1353 \\ -25215 \\ 0 \\ -1353 \\ 25215 \\ 0 \\ -492 \\ 33620 \end{pmatrix}$$

Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm

Matriz de Rigidez de las Barras Barra 1

$$F = F \text{ NUDOS} - F \text{ EMPOTR.}$$

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
1	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K1 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2

Barra 2

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
2	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K2 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3

Barra 3

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
3	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

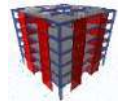
$$K3 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$KT = \begin{pmatrix} 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.594 & 92166.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.7 & 1.3E+07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938 & -92167 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.7 & 2.5E+07 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 02



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Reduccion de la matriz de rigidez global según condicion de frontera, Matriz reducida

$$\mathbf{KT} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

Reemplazamos en la ecuacion fundamental del metodo matricial

En la matriz de fuerzas reemplazamos los resultados obtenidos de la matriz del vector de fuerzas internas

$$\begin{pmatrix} \text{M1} \\ \text{M2} \\ \text{M3} \\ \text{M4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix}$$

$$\{F\} = [K] \cdot \{U\}$$

$$\begin{pmatrix} -33620 \\ -25215 \\ 25215 \\ 33620 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 4.58695E-08 & -1.23495E-08 & 3.52842E-09 & -1.76421E-09 \\ -1.23495E-08 & 2.4699E-08 & -7.05685E-09 & 3.52842E-09 \\ 3.52842E-09 & -7.05685E-09 & 2.4699E-08 & -1.23495E-08 \\ -1.76421E-09 & 3.52842E-09 & -1.23495E-08 & 4.58695E-08 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -33620 \\ -25215 \\ 25215 \\ 33620 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.001201084 \\ -0.000266908 \\ 0.000266908 \\ 0.001201084 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \end{matrix}$$

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de emporamiento perfecto.

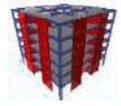
$$\begin{pmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{pmatrix} = [K] * \begin{pmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{pmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Ki} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U1x \\ U1y \\ R1 \\ U2x \\ U2y \\ R2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F1x \\ F1y \\ M12 \\ F2x \\ F2y \\ M21 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{UIX} & \text{UIY} & \text{R1} & \text{U2X} & \text{U2Y} & \text{R2} \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{UIX} \\ \text{UIY} \\ \text{R1} \\ \text{U2X} \\ \text{U2Y} \\ \text{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -135.3 \\ -33620 \\ 0 \\ 135.3 \\ -21853 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 356.7 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -627.3 \\ 55473.0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \end{matrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 02



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.000266908 \\ 0 \\ 0 \\ 0.000266908 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

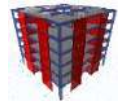
$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3362 \\ 0 \\ 0 \\ 3362 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 55473 \\ 0 \\ -861 \\ 55473 \end{pmatrix}$$

Barra 03

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000266908 \\ 0 \\ 0 \\ 0.001201084 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix}$$

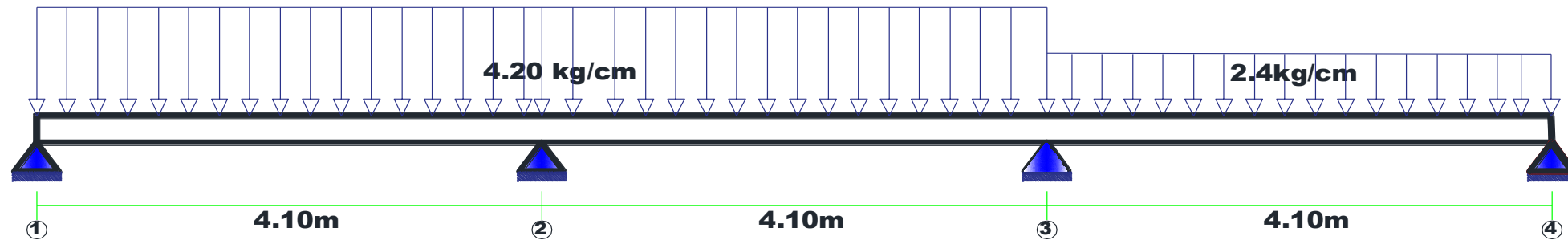
$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 135.3 \\ 21853 \\ 0 \\ -135.3 \\ 33620 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 627.3 \\ 55473 \\ 0 \\ -356.7 \\ 0 \end{pmatrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL



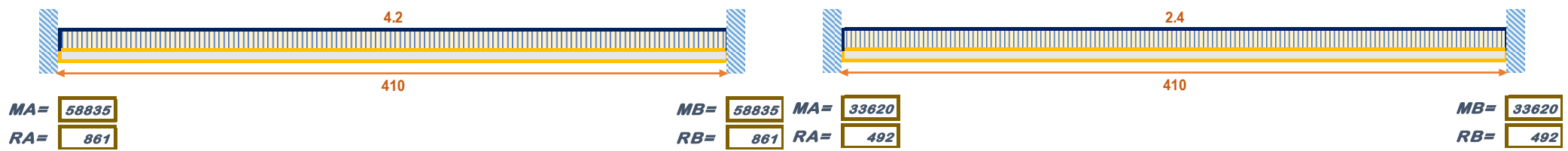
FC= 210 Kg/cm²
A= 350 = 350 cm²
I= 11800.6
E= 218819.7889 kg/cm²

SOLUCION

Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reacciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



Barra 01

Reaccion en X	N12	=	0	kg
Reaccion en Y	V12	=	861	kg
Momento ij	M12	=	58835	kg-cm
Reaccion en X	N21	=	0	kg
Reaccion en Y	V21	=	861	kg
Momento ji	M21	=	-58835	kg-cm

Barra 02

N23	=	0	kg
V23	=	861	kg
M23	=	58835	kg-cm
N32	=	0	kg
V32	=	861	kg
M32	=	-58835	kg-cm

Barra 03

N34	=	0	kg
V34	=	492	kg
M34	=	33620	kg-cm
N43	=	0	kg
V43	=	492	kg
M43	=	-33620	kg-cm

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

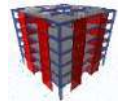
N1	=	0	Kg
V1	=	861	Kg
M1	=	58835	Kg - cm
N2	=	0	Kg
V2	=	1722	Kg
M2	=	0	Kg - cm
N3	=	0	Kg
V3	=	1353	Kg
M3	=	-25215	Kg - cm
N4	=	0	Kg
V4	=	492	Kg
M4	=	-33620	Kg - cm

$$\begin{Bmatrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{Bmatrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural.

N1	=	0	Kg
V1	=	0	Kg
M1	=	0	Kg - cm
N2	=	0	Kg
V2	=	0	Kg
M2	=	0	Kg - cm
N3	=	0	Kg
V3	=	0	Kg
M3	=	0	Kg - cm
N4	=	0	Kg
V4	=	0	Kg
M4	=	0	Kg - cm

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 1722 \\ 0 \\ 0 \\ 1353 \\ -25215 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -861 \\ -58835 \\ 0 \\ -1722 \\ 0 \\ 0 \\ -1353 \\ 25215 \\ 0 \\ -492 \\ 33620 \end{pmatrix}$$

Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm

Matriz de Rigidez de las Barras

Barra 1

$$F = F \text{ NUDOS} - F \text{ EMPOTR.}$$

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
1	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K1 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2

Barra 2

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
2	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K2 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3

Barra 3

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
3	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

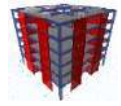
$$K3 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$KT = \begin{pmatrix} 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.594 & 92166.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.7 & 1.3E+07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.7 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Reduccion de la matriz de rigidez global según condicion de frontera, Matriz reducida

$$\mathbf{KT} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

Reemplazamos en la ecuacion fundamental del metodo matricial

En la matriz de fuerzas reemplazamos los resultados obtenidos de la matriz del vector de fuerzas internas

$$\begin{pmatrix} \text{M1} \\ \text{M2} \\ \text{M3} \\ \text{M4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \quad \boxed{\{F\} = [K] \cdot \{U\}}$$

$$\begin{pmatrix} -58835 \\ 0 \\ 25215 \\ 33620 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 4.58695E-08 & -1.23495E-08 & 3.52842E-09 & -1.76421E-09 \\ -1.23495E-08 & 2.4699E-08 & -7.05685E-09 & 3.52842E-09 \\ 3.52842E-09 & -7.05685E-09 & 2.4699E-08 & -1.23495E-08 \\ -1.76421E-09 & 3.52842E-09 & -1.23495E-08 & 4.58695E-08 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \begin{pmatrix} -58835 \\ 0 \\ 25215 \\ 33620 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.002669076 \\ 0.000667269 \\ -1.0842E-19 \\ 0.001334538 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \end{matrix}$$

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de empotramiento perfecto.

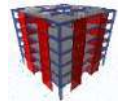
$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = [K] * \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{bmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Ki} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \text{U1x} \\ \text{U1y} \\ \text{R1} \\ \text{U2x} \\ \text{U2y} \\ \text{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{F1x} \\ \text{F1y} \\ \text{M12} \\ \text{F2x} \\ \text{F2y} \\ \text{M21} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{UIX} & \text{UIY} & \text{R1} & \text{U2X} & \text{U2Y} & \text{R2} \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{UIX} \\ \text{UIY} \\ \text{R1} \\ \text{U2X} \\ \text{U2Y} \\ \text{R2} \end{matrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -184.5 \\ -58835 \\ 0 \\ 184.5 \\ -16810 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 676.5 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -1045.5 \\ 75645.0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \end{matrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000667269 \\ 0 \\ 0 \\ -1.0842E-19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

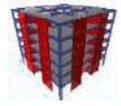
$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 61.5 \\ 16810 \\ 0 \\ -61.5 \\ 8405 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 922.5 \\ 75645 \\ 0 \\ -799.5 \\ 50430 \end{pmatrix}$$

Barra 03

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.0842E-19 \\ 0 \\ 0 \\ 0.001334538 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix}$$

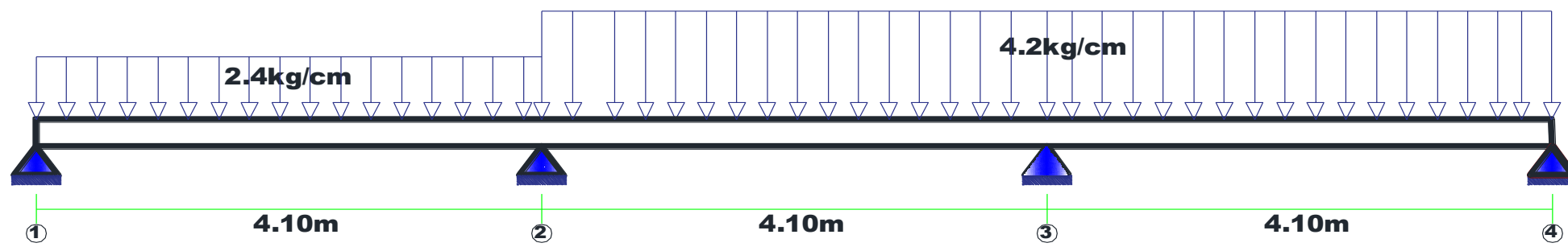
$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 123 \\ 16810 \\ 0 \\ -123 \\ 33620 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 615 \\ 50430 \\ 0 \\ -369 \\ 0 \end{pmatrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 4



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL



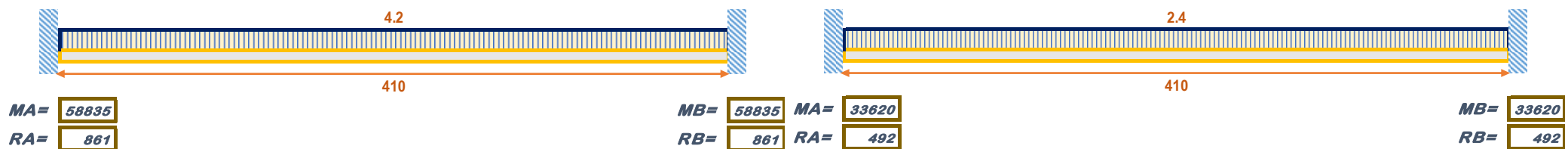
FC= 210 Kg/cm²
A= 350 = 350 cm²
I= 11800.6
E= 218819.7889 kg/cm²

SOLUCION

Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reacciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



Reaccion en X	N12	0	kg	Reaccion en X	N23	0	kg
Reaccion en Y	V12	492	kg	Reaccion en Y	V23	861	kg
Momento ij	M12	33620	kg-cm	Momento ij	M23	58835	kg-cm
Reaccion en X	N21	0	kg	Reaccion en X	N32	0	kg
Reaccion en Y	V21	492	kg	Reaccion en Y	V32	861	kg
Momento ji	M21	-33620	kg-cm	Momento ji	M32	-58835	kg-cm

Reaccion en X	N34	0	kg
Reaccion en Y	V34	861	kg
Momento ij	M34	58835	kg-cm
Reaccion en X	N43	0	kg
Reaccion en Y	V43	861	kg
Momento ji	M43	-58835	kg-cm

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

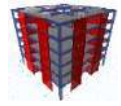
N1	0	Kg
V1	492	Kg
M1	33620	Kg - cm
N2	0	Kg
V2	1353	Kg
M2	25215	Kg - cm
N3	0	Kg
V3	1722	Kg
M3	0	Kg - cm
N4	0	Kg
V4	861	Kg
M4	-58835	Kg - cm

$$\begin{Bmatrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{Bmatrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural.

N1	0	Kg
V1	0	Kg
M1	0	Kg - cm
N2	0	Kg
V2	0	Kg
M2	0	Kg - cm
N3	0	Kg
V3	0	Kg
M3	0	Kg - cm
N4	0	Kg
V4	0	Kg
M4	0	Kg - cm

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 4



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 1353 \\ 25215 \\ 0 \\ 1722 \\ 0 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -492 \\ -33620 \\ 0 \\ -1353 \\ -25215 \\ 0 \\ -1722 \\ 0 \\ 0 \\ -861 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm

Matriz de Rigidez de las Barras Barra 1

$$F = F \text{ NUDOS} - F \text{ EMPOTR.}$$

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
1	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K1 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2

Barra 2

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
2	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K2 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3

Barra 3

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
3	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

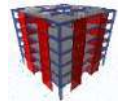
$$K3 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$KT = \begin{pmatrix} 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.594 & 92166.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.7 & 1.3E+07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938 & -92167 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.7 & 2.5E+07 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 4



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Reduccion de la matriz de rigidez global según condicion de frontera, Matriz reducida

$$\mathbf{K_T} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

Reemplazamos en la ecuacion fundamental del metodo matricial

En la matriz de fuerzas reemplazamos los resultados obtenidos de la matriz del vector de fuerzas internas

$$\begin{pmatrix} \text{M1} \\ \text{M2} \\ \text{M3} \\ \text{M4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} \quad \boxed{\{F\} = [K] \cdot \{U\}}$$

$$\begin{pmatrix} -33620 \\ -25215 \\ 0 \\ 58835 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 4.58695E-08 & -1.23495E-08 & 3.52842E-09 & -1.76421E-09 \\ -1.23495E-08 & 2.4699E-08 & -7.05685E-09 & 3.52842E-09 \\ 3.52842E-09 & -7.05685E-09 & 2.4699E-08 & -1.23495E-08 \\ -1.76421E-09 & 3.52842E-09 & -1.23495E-08 & 4.58695E-08 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -33620 \\ -25215 \\ 0 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.001334538 \\ 0 \\ -0.000667269 \\ 0.002669076 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \end{matrix}$$

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de emporamiento perfecto.

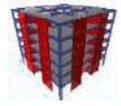
$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = [K] * \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{bmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K_i} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U1x \\ U1y \\ R1 \\ U2x \\ U2y \\ R2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F1x \\ F1y \\ M12 \\ F2x \\ F2y \\ M21 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{UIX} & \text{UIY} & \text{R1} & \text{U2X} & \text{U2Y} & \text{R2} \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{UIX} \\ \text{UIY} \\ \text{R1} \\ \text{U2X} \\ \text{U2Y} \\ \text{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.001335 \\ 0 \\ 0 \\ -33620 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -123 \\ -33620 \\ 0 \\ 123 \\ -16810 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 492 \\ 33620 \\ 0 \\ 492 \\ -33620 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 369.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -615.0 \\ 50430.0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \end{matrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 4



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

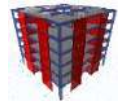
$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -61.5 \\ -8405 \\ 0 \\ 61.5 \\ -16810 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 799.5 \\ 50430 \\ 0 \\ -922.5 \\ 75645 \end{pmatrix}$$

Barra 03

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

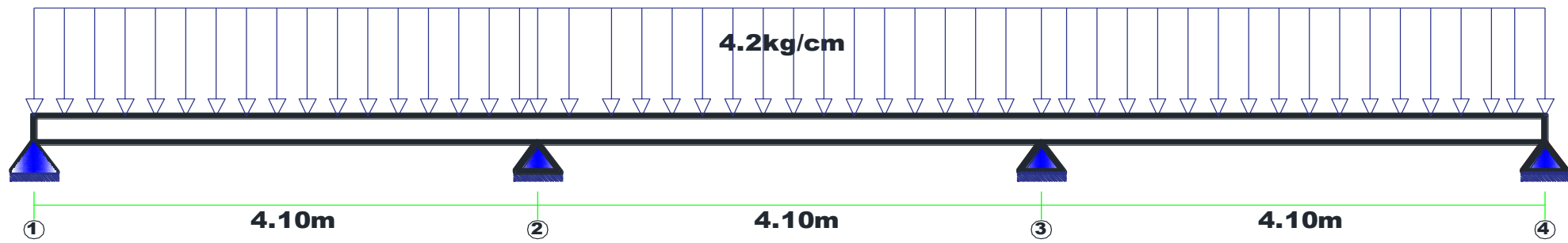
$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 184.5 \\ 16810 \\ 0 \\ -184.5 \\ 58835 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1045.5 \\ 75645 \\ 0 \\ -676.5 \\ 0 \end{pmatrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 5



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL



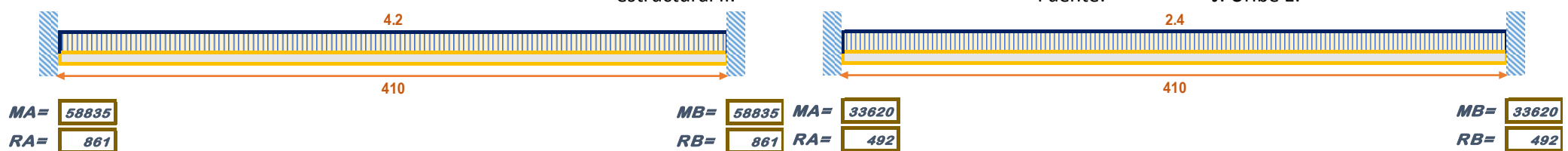
$FC = 210 \text{ Kg/cm}^2$
 $A = 350 = 350 \text{ cm}^2$
 $I = 11800.6$
 $E = 218819.7889 \text{ kg/cm}^2$

SOLUCION

Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reacciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



Barra 01

Reaccion en X	N12
Reaccion en Y	V12
Momento ij	M12
Reaccion en X	N21
Reaccion en Y	V21
Momento ji	M21

=	0	kg
	861	kg
	58835	kg-cm
	0	kg
	861	kg
	-58835	kg-cm

Barra 02

N23	0	kg
V23	861	kg
M23	58835	kg-cm
N32	0	kg
V32	861	kg
M32	-58835	kg-cm

Barra 03

N34	0	kg
V34	861	kg
M34	58835	kg-cm
N43	0	kg
V43	861	kg
M43	-58835	kg-cm

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

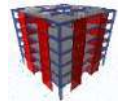
N1	0	Kg
V1	861	Kg
M1	58835	Kg - cm
N2	0	Kg
V2	1722	Kg
M2	0	Kg - cm
N3	0	Kg
V3	1722	Kg
M3	0	Kg - cm
N4	0	Kg
V4	861	Kg
M4	-58835	Kg - cm

$$\begin{Bmatrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{Bmatrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural.

N1	0	Kg
V1	0	Kg
M1	0	Kg - cm
N2	0	Kg
V2	0	Kg
M2	0	Kg - cm
N3	0	Kg
V3	0	Kg
M3	0	Kg - cm
N4	0	Kg
V4	0	Kg
M4	0	Kg - cm

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 5



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

$$\begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 1722 \\ 0 \\ 0 \\ 1722 \\ 0 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -861 \\ -58835 \\ 0 \\ -1722 \\ 0 \\ 0 \\ -1722 \\ 0 \\ 0 \\ -861 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm
 Kg
 Kg
 Kg - cm

Matriz de Rigidez de las Barras
Barra 1

$$F = F \text{ NUDOS} - F \text{ EMPOTR.}$$

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
1	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K1 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2

Barra 2

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
2	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

$$K2 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3

Barra 3

BARRA	A Cm2	I	L Cm	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
3	350	11800.6	410	218819.8	186797.4	449.5938	92166.74	3E+07	1E+07

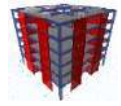
$$K3 = \begin{pmatrix} 186797.4 & 0 & 0 & -186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938 & 92166.74 & 0 & -449.5938 & 92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 25192242 & 0 & -92166.74 & 12596121 \\ -186797.4 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938 & -92166.74 & 0 & 449.5938 & -92166.74 \\ 0 & 92166.74 & 12596121 & 0 & -92166.74 & 25192242 \end{pmatrix}$$

U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$KT = \begin{pmatrix} 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 373594.7615 & 0 & 0 & -186797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 899.1876962 & 0 & 0 & -449.594 & 92166.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & 0 & 50384483.91 & 0 & -92166.7 & 1.3E+07 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938 & -92167 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.7 & 2.5E+07 \end{pmatrix}$$

U1X
 U1Y
 R1
 U2X
 U2Y
 R2
 U3X
 U3Y
 R3
 U4X
 U4Y
 R4



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 5



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Reduccion de la matriz de rigidez global según condicion de frontera, Matriz reducida

$$\mathbf{KT} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

Reemplazamos en la ecuacion fundamental del metodo matricial

En la matriz de fuerzas reemplazamos los resultados obtenidos de la matriz del vector de fuerzas internas

$$\begin{pmatrix} \text{M1} \\ \text{M2} \\ \text{M3} \\ \text{M4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \quad \boxed{\{F\} = [K] \cdot \{U\}}$$

$$\begin{pmatrix} -58835 \\ 0 \\ 0 \\ 58835 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 25192241.96 & 12596120.98 & 0 & 0 \\ 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 & 0 \\ 0 & 12596120.98 & 50384483.91 & 12596120.98 \\ 0 & 0 & 12596120.98 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{R1} & \text{R2} & \text{R3} & \text{R4} \\ 4.58695E-08 & -1.23495E-08 & 3.52842E-09 & -1.76421E-09 \\ -1.23495E-08 & 2.4699E-08 & -7.05685E-09 & 3.52842E-09 \\ 3.52842E-09 & -7.05685E-09 & 2.4699E-08 & -1.23495E-08 \\ -1.76421E-09 & 3.52842E-09 & -1.23495E-08 & 4.58695E-08 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{matrix} \begin{pmatrix} -58835 \\ 0 \\ 0 \\ 58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{R1} \\ \text{R2} \\ \text{R3} \\ \text{R4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.002802529 \\ 0.000934176 \\ -0.000934176 \\ 0.002802529 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \\ \text{Rad} \end{matrix}$$

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de emporamiento perfecto.

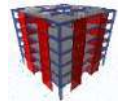
$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = [K] * \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{bmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Ki} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \text{U1x} \\ \text{U1y} \\ \text{R1} \\ \text{U2x} \\ \text{U2y} \\ \text{R2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{F1x} \\ \text{F1y} \\ \text{M12} \\ \text{F2x} \\ \text{F2y} \\ \text{M21} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{UIX} & \text{UIY} & \text{R1} & \text{U2X} & \text{U2Y} & \text{R2} \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{UIX} \\ \text{UIY} \\ \text{R1} \\ \text{U2X} \\ \text{U2Y} \\ \text{R2} \end{matrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.002803 \\ 0 \\ 0 \\ 0.000934 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -172.2 \\ -58835 \\ 0 \\ 172.2 \\ -11767 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} \text{N1} \\ \text{V1} \\ \text{M1} \\ \text{N2} \\ \text{V2} \\ \text{M2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0 \\ 688.8 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ -1033.2 \\ 70602.0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg - Cm} \end{matrix}$$



ANALISIS MATRICIAL DE VIGAS CONTINUAS CB 5



MARCO A. CHURACUTIPA M.
INGENIERIA CIVIL

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.000934176 \\ 0 \\ 0 \\ -0.000934176 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.42E-14 \\ 11767 \\ 0 \\ 1.42E-14 \\ -11767 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 70602 \\ 0 \\ -861 \\ 70602 \end{pmatrix}$$

Barra 03

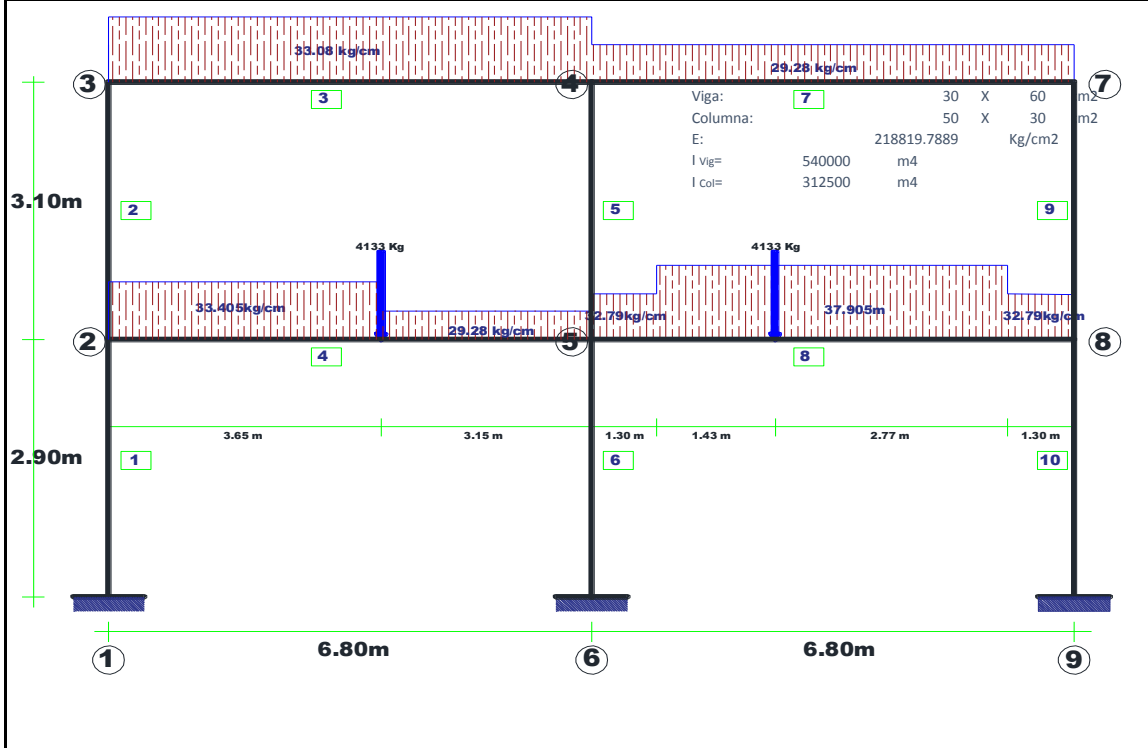
$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2x \\ F2y \\ M23 \\ F3x \\ F3y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 186797.3807 & 0 & 0 & -186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & 449.5938481 & 92166.73886 & 0 & -449.5938481 & 92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 25192241.96 & 0 & -92166.73886 & 12596120.98 \\ -186797.3807 & 0 & 0 & 186797.3807 & 0 & 0 \\ 0 & -449.5938481 & -92166.73886 & 0 & 449.5938481 & -92166.73886 \\ 0 & 92166.73886 & 12596120.98 & 0 & -92166.73886 & 25192241.96 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.000934176 \\ 0 \\ 0 \\ 0.002802529 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.2 \\ 11767 \\ 0 \\ -172.2 \\ 58835 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 861 \\ 58835 \\ 0 \\ 861 \\ -58835 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1033.2 \\ 70602 \\ 0 \\ -688.8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

PORTICO PRINCIPAL 1 ESTADO DE S/C

Calcular los desplazamientos en el portico y trazar los diagramas de momentos, cortantes y la deformada. Si $E=2100000 \text{ kg/cm}^2$



SOLUCION

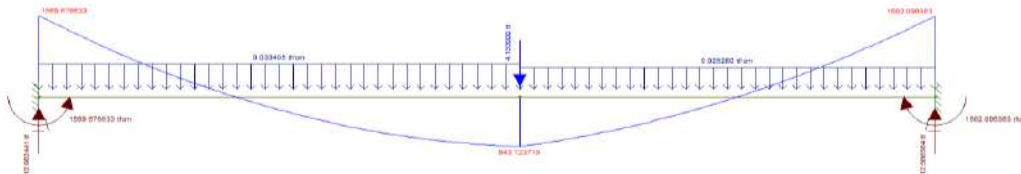
Habiendo identificado los nodos de la estructura, definimos la numeracion de barras, para luego calcular los momentos de empotramiento perfecto, y reaciones de las barras identificadas.

Para la Barra 01, Barra 02

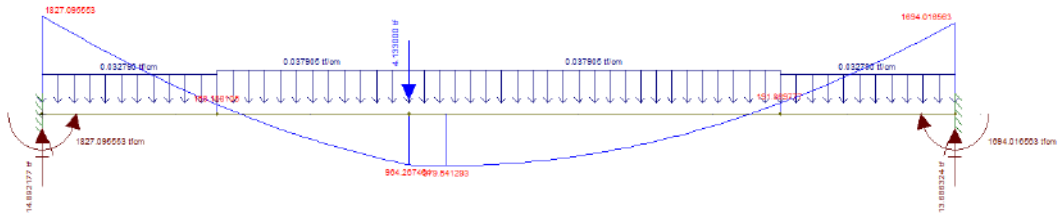
Se puede calcular con el uso de formulas presentes en los textos de analisis estructural II. Fuente: J. Uribe E.



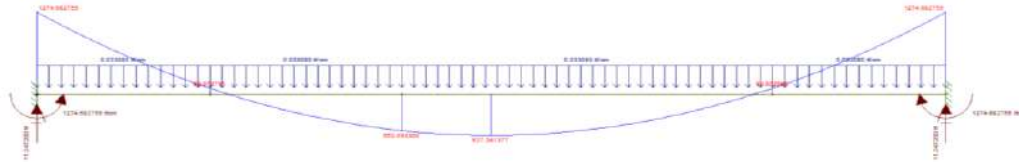
MEP Barra 04



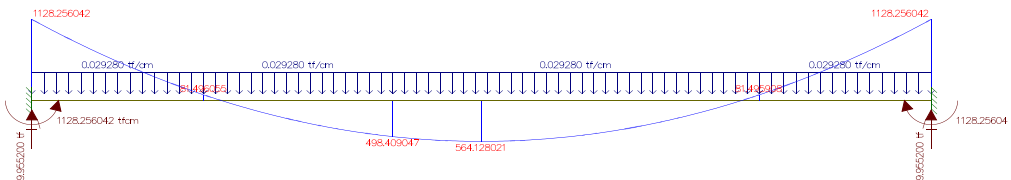
MEP Barra 08



MEP Barra 03



MEP Barra 07



Para este caso los momentos de empotramiento perfecto en los nodos son ceros, además que las reacciones también cero, por no tener presencia de cargas intermedias.

$\begin{pmatrix} N12 \\ V12 \\ M12 \\ N21 \\ V21 \\ M21 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N23 \\ V23 \\ M23 \\ N32 \\ V32 \\ M32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N34 \\ V34 \\ M34 \\ N43 \\ V43 \\ M43 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 11247.2 \\ 1274682.67 \\ 0 \\ 11247.2 \\ -1274682.7 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} N25 \\ V25 \\ M25 \\ N52 \\ V52 \\ M52 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 12982.44076 \\ 1569676.61 \\ 0 \\ 12566.58424 \\ -1562096.332 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N45 \\ V45 \\ M45 \\ N54 \\ V54 \\ M54 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N56 \\ V56 \\ M56 \\ N65 \\ V65 \\ M65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} N47 \\ V47 \\ M47 \\ N74 \\ V74 \\ M74 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9955.2 \\ 1128256 \\ 0 \\ 9955.2 \\ -1128256 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N58 \\ V58 \\ M58 \\ N85 \\ V85 \\ M85 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 14892.17643 \\ 1827095.451 \\ 0 \\ 13686.32357 \\ -1694016.48 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} N78 \\ V78 \\ M78 \\ N87 \\ V87 \\ M87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} N89 \\ V89 \\ M89 \\ N98 \\ V98 \\ M98 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$		

Ensamblamos la matriz de momentos, fuerzas de empotramiento del sistema estructural

$$\begin{pmatrix}
 N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ V_3 \\ M_3 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \\ N_5 \\ V_5 \\ M_5 \\ N_6 \\ V_6 \\ M_6 \\ N_7 \\ V_7 \\ M_7 \\ N_8 \\ V_8 \\ M_8 \\ N_9 \\ V_9 \\ M_9
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12982.44076 \\ 1569676.61 \\ 0 \\ 11247.2 \\ 1274682.667 \\ 0 \\ 21202.4 \\ -146426.6667 \\ 0 \\ 27458.76067 \\ 264999.1191 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9955.2 \\ -1128256 \\ 0 \\ 13686.32357 \\ -1694016.48 \\ 0 \\ 0 \\ 0
 \end{pmatrix}
 \begin{matrix}
 \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm}
 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix}
 \left. \begin{matrix} fa1 \\ fa2 \\ fa3 \\ fb1 \\ fb2 \\ fb3 \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix}
 \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\
 -\frac{AE}{L} & 0 & 0 & \frac{AE}{L} & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\
 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L}
 \end{bmatrix} * \left. \begin{matrix} ea1 \\ ea2 \\ ea3 \\ eb1 \\ eb2 \\ eb3 \end{matrix} \right\}
 \end{matrix}$$

Matriz de fuerzas externas aplicadas al sistema estructural nodales.

$$\begin{pmatrix}
 N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ V_3 \\ M_3 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \\ N_5 \\ V_5 \\ M_5 \\ N_6 \\ V_6 \\ M_6 \\ N_7 \\ V_7 \\ M_7 \\ N_8 \\ V_8 \\ M_8 \\ N_9 \\ V_9 \\ M_9
 \end{pmatrix}
 =
 \begin{pmatrix}
 0 \\ 0
 \end{pmatrix}
 \begin{matrix}
 \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm}
 \end{matrix}$$

Son las fuerza aplicadas en el sistema de coordenadas global. Los mismos que se encuentran en cada nodo discretizado para el analisis.

Matriz del Vector de fuerzas internas del sistema

F= F NUDOS-F EMPOTR.

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ V_3 \\ M_3 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \\ N_5 \\ V_5 \\ M_5 \\ N_6 \\ V_6 \\ M_6 \\ N_7 \\ V_7 \\ M_7 \\ N_8 \\ V_8 \\ M_8 \\ N_9 \\ V_9 \\ M_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 12982.4 \\ 1569677 \\ 0 \\ 11247.2 \\ 1274683 \\ 0 \\ 21202.4 \\ -146427 \\ 0 \\ 27458.8 \\ 264999 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9955.2 \\ -1128256 \\ 0 \\ 13686.3 \\ -1694016 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ N_2 \\ V_2 \\ M_2 \\ N_3 \\ V_3 \\ M_3 \\ N_4 \\ V_4 \\ M_4 \\ N_5 \\ V_5 \\ M_5 \\ N_6 \\ V_6 \\ M_6 \\ N_7 \\ V_7 \\ M_7 \\ N_8 \\ V_8 \\ M_8 \\ N_9 \\ V_9 \\ M_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -12982.44076 \\ -1569676.61 \\ 0 \\ -11247.2 \\ -1274682.667 \\ 0 \\ -21202.4 \\ 146426.6667 \\ 0 \\ -27458.76067 \\ -264999.1191 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -9955.2 \\ 1128256 \\ 0 \\ -13686.32357 \\ 1694016.48 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{kg} \\ \text{kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Matriz de Transformacion de las barras

Barra 1

$$[L^T] = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elem.	I		J		L	A	l	m	l/2	m/2	i	j
	i	j	i	j								
1	0	0	0	290	290	1500	0	1	0	1	1	2

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LT = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Barra 2

Elem.	I		J		L	A	l	m	l/2	m/2	i	j
	i	j	i	j								
2	0	290	0	600	310	1500	0	1	0	1	2	3

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LT = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Barra 3

Elem.	I		J		L	A	l	m	l/2	m/2	i	j
	i	j	i	j								
3	0	600	680	600	680	1800	1	0	1	0	3	4

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Barra 4

Barra 9

Elem.	I		J		L	A	l	m	l 2	m 2	i	j
	i	j	i	j								
9	1360	600	1360	290	310	1500	0	-1	0	1	7	8

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LT = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Barra 10

Elem.	I		J		L	A	l	m	l 2	m 2	i	j
	i	j	i	j								
10	1360	290	1360	0	290	1500	0	-1	0	1	8	9

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LT = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculo de matriz de rigidez de cada elemento

Barra 01

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
1	1500	312500	290	218819.7889	1131826.494	33645.25845	4878562.475	943188745.1	471594372.6

$$K1 = \begin{pmatrix} U1X & U1Y & R1 & U2X & U2Y & R2 \\ 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & U1X \\ 0 & 33645.2584 & 4878562.47 & 0 & -33645.258 & 4878562.47 & U1Y \\ 0 & 4878562.47 & 943188745 & 0 & -4878562.5 & 471594373 & R1 \\ -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & U2X \\ 0 & -33645.258 & -4878562.5 & 0 & 33645.2584 & -4878562.5 & U2Y \\ 0 & 4878562.47 & 471594373 & 0 & -4878562.5 & 943188745 & R2 \end{pmatrix}$$

Barra 02

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
2	1500	312500	310	218819.7889	1058805.43	27544.36603	4269376.734	882337858.3	441168929.2

$$K2 = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & U2X \\ 0 & 27544.366 & 4269376.73 & 0 & -27544.366 & 4269376.73 & U2Y \\ 0 & 4269376.73 & 882337858 & 0 & -4269376.7 & 441168929 & R2 \\ -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & U3X \\ 0 & -27544.366 & -4269376.7 & 0 & 27544.366 & -4269376.7 & U3Y \\ 0 & 4269376.73 & 441168929 & 0 & -4269376.7 & 882337858 & R3 \end{pmatrix}$$

Barra 03

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
3	1800	540000	680	218819.7889	579228.8529	4509.567194	1533252.846	695074623.5	347537311.7

$$K3 = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 & U3X \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 & U3Y \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 & R3 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 & U4X \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 & U4Y \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 & R4 \end{pmatrix}$$

Barra 04

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
4	1800	540000	680	218819.7889	579228.8529	4509.567194	1533252.846	695074623.5	347537311.7

$$K4 = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U5X & U5Y & R5 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 & U2X \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 & U2Y \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 & R2 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 & U5X \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 & U5Y \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 & R5 \end{pmatrix}$$

Barra 05

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
5	1500	312500	310	218819.7889	1058805.43	27544.36603	4269376.734	882337858.3	441168929.2

$$K5 = \begin{pmatrix} U4X & U4Y & R4 & U5X & U5Y & R5 \\ 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & U4X \\ 0 & 27544.366 & 4269376.73 & 0 & -27544.366 & 4269376.73 & U4Y \\ 0 & 4269376.73 & 882337858 & 0 & -4269376.7 & 441168929 & R4 \\ -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & U5X \\ 0 & -27544.366 & -4269376.7 & 0 & 27544.366 & -4269376.7 & U5Y \\ 0 & 4269376.73 & 441168929 & 0 & -4269376.7 & 882337858 & R5 \end{pmatrix}$$

Barra 06

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L ³	6EI/L ²	4EI/L	2EI/L
6	1500	312500	290	218819.7889	1131826.494	33645.25845	4878562.475	943188745.1	471594372.6

$$K6 = \begin{pmatrix} U5X & U5Y & R5 & U6X & U6Y & R6 \\ 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & U5X \\ 0 & 33645.2584 & 4878562.47 & 0 & -33645.258 & 4878562.47 & U5Y \\ 0 & 4878562.47 & 943188745 & 0 & -4878562.5 & 471594373 & R5 \\ -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & U6X \\ 0 & -33645.258 & -4878562.5 & 0 & 33645.2584 & -4878562.5 & U6Y \\ 0 & 4878562.47 & 471594373 & 0 & -4878562.5 & 943188745 & R6 \end{pmatrix}$$

Barra 07

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
7	1800	540000	680	218819.7889	579228.8529	4509.567194	1533252.846	695074623.5	347537311.7

$$K7 = \begin{pmatrix} U4X & U4Y & R4 & U7X & U7Y & R7 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{matrix} U4X \\ U4Y \\ R4 \\ U7X \\ U7Y \\ R7 \end{matrix}$$

Barra 08

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
8	1800	540000	680	218819.7889	579228.8529	4509.567194	1533252.846	695074623.5	347537311.7

$$K8 = \begin{pmatrix} U5X & U5Y & R5 & U8X & U8Y & R8 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{matrix} U5X \\ U5Y \\ R5 \\ U8X \\ U8Y \\ R8 \end{matrix}$$

Barra 09

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
9	1500	312500	310	218819.7889	1058805.43	27544.36603	4269376.734	882337858.3	441168929.2

$$K9 = \begin{pmatrix} U7X & U7Y & R7 & U8X & U8Y & R8 \\ 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 & 0 \\ 0 & 27544.366 & 4269376.73 & 0 & -27544.366 & 4269376.73 \\ 0 & 4269376.73 & 882337858 & 0 & -4269376.7 & 441168929 \\ -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 & 0 \\ 0 & -27544.366 & -4269376.7 & 0 & 27544.366 & -4269376.7 \\ 0 & 4269376.73 & 441168929 & 0 & -4269376.7 & 882337858 \end{pmatrix} \begin{matrix} U7X \\ U7Y \\ R7 \\ U8X \\ U8Y \\ R8 \end{matrix}$$

Barra 10

Elem	A	I	L	E	AE/L	12EI/L^3	6EI/L^2	4EI/L	2EI/L
10	1500	312500	290	218819.7889	1131826.494	33645.25845	4878562.475	943188745.1	471594372.6

$$K10 = \begin{pmatrix} U8X & U8Y & R8 & U9X & U9Y & R9 \\ 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 & 0 \\ 0 & 33645.2584 & 4878562.47 & 0 & -33645.258 & 4878562.47 \\ 0 & 4878562.47 & 943188745 & 0 & -4878562.5 & 471594373 \\ -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 & 0 \\ 0 & -33645.258 & -4878562.5 & 0 & 33645.2584 & -4878562.5 \\ 0 & 4878562.47 & 471594373 & 0 & -4878562.5 & 943188745 \end{pmatrix} \begin{matrix} U8X \\ U8Y \\ R8 \\ U9X \\ U9Y \\ R9 \end{matrix}$$

CONVERSION DE MATRIZ DE RIGIDEZ LOCAL A GLOBAL

$$K_{BARRAS} = L \cdot K'_{BARRAS} \cdot L^T$$

Barra 01

$$K1 = \begin{pmatrix} U1X & U1Y & R1 & U2X & U2Y & R2 \\ 33645.2584 & 0 & 4878562.47 & -33645.258 & 0 & 4878562.47 \\ 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 \\ 4878562.47 & 0 & 943188745 & -4878562.5 & 0 & 471594373 \\ -33645.258 & 0 & -4878562.5 & 33645.2584 & 0 & -4878562.5 \\ 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 \\ 4878562.47 & 0 & 471594373 & -4878562.5 & 0 & 943188745 \end{pmatrix} \begin{matrix} U1X \\ U1Y \\ R1 \\ U2X \\ U2Y \\ R2 \end{matrix}$$

Barra 02

$$K2 = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 27544.366 & 0 & 4269376.73 & -27544.366 & 0 & 4269376.73 \\ 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 \\ 4269376.73 & 0 & 882337858 & -4269376.7 & 0 & 441168929 \\ -27544.366 & 0 & -4269376.7 & 27544.366 & 0 & -4269376.7 \\ 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 \\ 4269376.73 & 0 & 441168929 & -4269376.7 & 0 & 882337858 \end{pmatrix} \begin{matrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{matrix}$$

Barra 03

$$K3 = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{matrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{matrix}$$

Barra 04

	U2X	U2Y	R2	U5X	U5Y	R5	
K4=	579228.853	0	0	-579228.85	0	0	U2X
	0	4509.56719	1533252.85	0	-4509.5672	1533252.85	U2Y
	0	1533252.85	695074623	0	-1533252.8	347537312	R2
	-579228.85	0	0	579228.853	0	0	U5X
	0	-4509.5672	-1533252.8	0	4509.56719	-1533252.8	U5Y
	0	1533252.85	347537312	0	-1533252.8	695074623	R5

Barra 05

	U4X	U4Y	R4	U5X	U5Y	R5	
K5=	27544.366	0	-4269376.7	-27544.366	0	-4269376.7	U4X
	0	1058805.43	0	0	-1058805.4	0	U4Y
	-4269376.7	0	882337858	4269376.73	0	441168929	R4
	-27544.366	0	4269376.73	27544.366	0	4269376.73	U5X
	0	-1058805.4	0	0	1058805.43	0	U5Y
	-4269376.7	0	441168929	4269376.73	0	882337858	R5

Barra 06

	U5X	U5Y	R5	U6X	U6Y	R6	
K6=	33645.2584	0	-4878562.5	-33645.258	0	-4878562.5	U5X
	0	1131826.49	0	0	-1131826.5	0	U5Y
	-4878562.5	0	943188745	4878562.47	0	471594373	R5
	-33645.258	0	4878562.47	33645.2584	0	4878562.47	U6X
	0	-1131826.5	0	0	1131826.49	0	U6Y
	-4878562.5	0	471594373	4878562.47	0	943188745	R6

Barra 07

	U4X	U4Y	R4	U7X	U7Y	R7	
K7=	579228.853	0	0	-579228.85	0	0	U4X
	0	4509.56719	1533252.85	0	-4509.5672	1533252.85	U4Y
	0	1533252.85	695074623	0	-1533252.8	347537312	R4
	-579228.85	0	0	579228.853	0	0	U7X
	0	-4509.5672	-1533252.8	0	4509.56719	-1533252.8	U7Y
	0	1533252.85	347537312	0	-1533252.8	695074623	R7

Barra 08

	U5X	U5Y	R5	U8X	U8Y	R8	
K8=	579228.853	0	0	-579228.85	0	0	U5X
	0	4509.56719	1533252.85	0	-4509.5672	1533252.85	U5Y
	0	1533252.85	695074623	0	-1533252.8	347537312	R5
	-579228.85	0	0	579228.853	0	0	U8X
	0	-4509.5672	-1533252.8	0	4509.56719	-1533252.8	U8Y
	0	1533252.85	347537312	0	-1533252.8	695074623	R8

Barra 09

	U7X	U7Y	R7	U8X	U8Y	R8	
K9=	27544.366	0	-4269376.7	-27544.366	0	-4269376.7	U7X
	0	1058805.43	0	0	-1058805.4	0	U7Y
	-4269376.7	0	882337858	4269376.73	0	441168929	R7
	-27544.366	0	4269376.73	27544.366	0	4269376.73	U8X
	0	-1058805.4	0	0	1058805.43	0	U8Y
	-4269376.7	0	441168929	4269376.73	0	882337858	R8

Barra 10

	U8X	U8Y	R8	U9X	U9Y	R9	
K10=	33645.2584	0	-4878562.5	-33645.258	0	-4878562.5	U8X
	0	1131826.49	0	0	-1131826.5	0	U8Y
	-4878562.5	0	943188745	4878562.47	0	471594373	R8
	-33645.258	0	4878562.47	33645.2584	0	4878562.47	U9X
	0	-1131826.5	0	0	1131826.49	0	U9Y
	-4878562.5	0	471594373	4878562.47	0	943188745	R9

ENSAMBLAJE DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DEL SISTEMA

$$K_T = \left[\begin{array}{c} \text{Kt} \end{array} \right]$$

VER HOJA DEZ

DESPLAZAMIENTOS Y ROTACIONES

U2X	0.00257	cm
U2Y	-0.01991	cm
R2	-0.00051	rad
U3X	-0.01571	cm
U3Y	-0.02972	cm
R3	-0.00077	rad
U4X	-0.00709	cm
U4Y	-0.06748	cm
R4	0.00011	rad
U5X	-0.00158	cm
U5Y	-0.04582	cm
R5	-0.00012	rad
U7X	0.00133	cm
U7Y	-0.02814	cm
R7	0.00058	rad
U8X	-0.00464	cm
U8Y	-0.01956	cm
R8	0.0006	rad

CALCULO DE ESFUERZOS EN CADA BARRA

La ecuacion para el calculo de los esfuerzos, ya sean estos momentos flectores, fuerzas en Y, Fuerzas en X, esta dada por la siguiente ecuacion. Matriz de esfuerzos es igual a la matriz de rigides global de la barra multiplicado por la matriz de desplazamientos y rotaciones mas la matriz de fuerzas y momentos de emporamiento perfecto.

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = [K] * \begin{bmatrix} U_{ix} \\ U_{jy} \\ R_{ij} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ M_{ij} \end{bmatrix}$$

Barra 01

$$\begin{bmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ki \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U1x \\ U1y \\ R1 \\ U2x \\ U2y \\ R2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F1x \\ F1y \\ M12 \\ F2x \\ F2y \\ M21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33645.2584 & 0 & 4878562.47 & -33645.258 & 0 & 4878562.47 \\ 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 \\ 4878562.47 & 0 & 943188745 & -4878562.5 & 0 & 471594373 \\ -33645.258 & 0 & -4878562.5 & 33645.2584 & 0 & -4878562.5 \\ 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 \\ 4878562.47 & 0 & 471594373 & -4878562.5 & 0 & 943188745 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1X \\ U1Y \\ R1 \\ U2X \\ U2Y \\ R2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.00257 \\ -0.01991 \\ -0.00051 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2588.35 \\ 22529.6 \\ -254388 \\ 2588.35 \\ -22529.6 \\ -496233 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} N1 \\ V1 \\ M1 \\ N2 \\ V2 \\ M2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2588.3506 \\ 22529.5507 \\ -254388.32 \\ -2588.3506 \\ 22529.5507 \\ 496233.348 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 02

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U3x \\ U3y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2X \\ F2Y \\ M23 \\ F3X \\ F3Y \\ M32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U3X & U3Y & R3 \\ 27544.366 & 0 & 4269376.73 & -27544.366 & 0 & 4269376.73 \\ 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 \\ 4269376.73 & 0 & 882337858 & -4269376.7 & 0 & 441168929 \\ -27544.366 & 0 & -4269376.7 & 27544.366 & 0 & -4269376.7 \\ 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 \\ 4269376.73 & 0 & 441168929 & -4269376.7 & 0 & 882337858 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U3X \\ U3Y \\ R3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.002571 \\ -0.019905 \\ -0.000513 \\ -0.015709 \\ -0.029724 \\ -0.000775 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4993.13 \\ 10395.4 \\ -716184 \\ 4993.13 \\ -10395.4 \\ -831688 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N3 \\ V3 \\ M3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4993.1344 \\ 10395.4028 \\ -716183.8 \\ -4993.1344 \\ 10395.4028 \\ 831687.849 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 03

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U3x \\ U3y \\ R3 \\ U4x \\ U4y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F3X \\ F3Y \\ M34 \\ F4X \\ F4Y \\ M43 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U3X & U3Y & R3 & U4X & U4Y & R4 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U3X \\ U3Y \\ R3 \\ U4X \\ U4Y \\ R4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.015709 \\ -0.029724 \\ -0.000775 \\ -0.007089 \\ -0.067476 \\ 0.000108 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 11247.2 \\ 1274683 \\ 0 \\ 11247.2 \\ -1274683 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4993.13 \\ -851.797 \\ -442995 \\ 4993.13 \\ 851.797 \\ -136227 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 11247.2 \\ 1274683 \\ 0 \\ 11247.2 \\ -1274683 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N3 \\ V3 \\ M3 \\ N4 \\ V4 \\ M4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4993.1344 \\ 10395.4028 \\ 831687.849 \\ -4993.1344 \\ -12098.997 \\ ##### \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 04

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U2x \\ U2y \\ R2 \\ U5x \\ U5y \\ R5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F2X \\ F2Y \\ M25 \\ F5X \\ F5Y \\ M52 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U2X & U2Y & R2 & U5X & U5Y & R5 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U2X \\ U2Y \\ R2 \\ U5X \\ U5Y \\ R5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.002571 \\ -0.019905 \\ -0.000513 \\ -0.001581 \\ -0.045823 \\ -0.000117 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 12982.4 \\ 1569677 \\ 0 \\ 12566.6 \\ -1562096 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2404.78 \\ -848.293 \\ -357259 \\ -2404.78 \\ 848.293 \\ -219580 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 12982.4 \\ 1569677 \\ 0 \\ 12566.6 \\ -1562096 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N2 \\ V2 \\ M2 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2404.78378 \\ 12134.1478 \\ 1212417.15 \\ 2404.78378 \\ -13414.877 \\ 1781676.056 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 05

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ki \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U4x \\ U4y \\ R4 \\ U5x \\ U5y \\ R5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F4X \\ F4Y \\ M45 \\ F5X \\ F5Y \\ M52 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U4X & U4Y & R4 & U5X & U5Y & R5 \\ 27544.366 & 0 & -4269376.7 & -27544.366 & 0 & -4269376.7 \\ 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 \\ -4269376.7 & 0 & 882337858 & 4269376.73 & 0 & 441168929 \\ -27544.366 & 0 & 4269376.73 & 27544.366 & 0 & 4269376.73 \\ 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 \\ -4269376.7 & 0 & 441168929 & 4269376.73 & 0 & 882337858 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U4X \\ U4Y \\ R4 \\ U5X \\ U5Y \\ R5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.007089 \\ -0.067476 \\ 0.000108 \\ -0.001581 \\ -0.045823 \\ -0.000117 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -114.951 \\ -22926.9 \\ 67386.7 \\ 114.951 \\ 22926.9 \\ -31751.8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N5 \\ V5 \\ M5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -114.95117 \\ -22926.932 \\ 67386.6722 \\ -114.95117 \\ -22926.932 \\ 31751.811 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 06

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N6 \\ V6 \\ M6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ki \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U5x \\ U5y \\ R5 \\ U6x \\ U6y \\ R6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F5X \\ F5Y \\ M56 \\ F6X \\ F6Y \\ M65 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N6 \\ V6 \\ M6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U5X & U5Y & R5 & U6X & U6Y & R6 \\ 33645.2584 & 0 & -4878562.5 & -33645.258 & 0 & -4878562.5 \\ 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 \\ -4878562.5 & 0 & 943188745 & 4878562.47 & 0 & 471594373 \\ -33645.258 & 0 & 4878562.47 & 33645.2584 & 0 & 4878562.47 \\ 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 \\ -4878562.5 & 0 & 471594373 & 4878562.47 & 0 & 943188745 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U5X \\ U5Y \\ R5 \\ U6X \\ U6Y \\ R6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.001581 \\ -0.045823 \\ -0.000117 \\ 0.000000 \\ 0.000000 \\ 0.000000 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N6 \\ V6 \\ M6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 515.983 \\ -51863.2 \\ -102327 \\ -515.983 \\ 51863.2 \\ -47308 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N6 \\ V6 \\ M6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 515.983337 \\ -51863.224 \\ -102327.12 \\ 515.983337 \\ -51863.224 \\ 47308.045 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 07

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N7 \\ V7 \\ M7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U4x \\ U4y \\ R4 \\ U7x \\ U7y \\ R7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F4X \\ F4Y \\ M47 \\ F7X \\ F7Y \\ M74 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N7 \\ V7 \\ M7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U4X & U4Y & R4 & U7X & U7Y & R7 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U4X \\ U4Y \\ R4 \\ U7X \\ U7Y \\ R7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 9955.2 \\ 1128256 \\ 0 \\ 9955.2 \\ -1128256 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N7 \\ V7 \\ M7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4878.18 \\ 872.735 \\ 215267 \\ 4878.18 \\ -872.735 \\ 378193 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 9955.2 \\ 1128256 \\ 0 \\ 9955.2 \\ -1128256 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N4 \\ V4 \\ M4 \\ N7 \\ V7 \\ M7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4878.1832 \\ 10827.935 \\ 1343523.27 \\ -4878.1832 \\ -9082.465 \\ 750063.453 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 08

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U5x \\ U5y \\ R5 \\ U8x \\ U8y \\ R8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F5X \\ F5Y \\ M58 \\ F8X \\ F8Y \\ M85 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U5X & U5Y & R5 & U8X & U8Y & R8 \\ 579228.853 & 0 & 0 & -579228.85 & 0 & 0 \\ 0 & 4509.56719 & 1533252.85 & 0 & -4509.5672 & 1533252.85 \\ 0 & 1533252.85 & 695074623 & 0 & -1533252.8 & 347537312 \\ -579228.85 & 0 & 0 & 579228.853 & 0 & 0 \\ 0 & -4509.5672 & -1533252.8 & 0 & 4509.56719 & -1533252.8 \\ 0 & 1533252.85 & 347537312 & 0 & -1533252.8 & 695074623 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U5X \\ U5Y \\ R5 \\ U8X \\ U8Y \\ R8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 14892.2 \\ 1827095 \\ 0 \\ 13686.3 \\ -1694016 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1773.85 \\ 629.238 \\ 88659.5 \\ -1773.85 \\ -629.238 \\ 339222 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 14892.2 \\ 1827095 \\ 0 \\ 13686.3 \\ -1694016 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N5 \\ V5 \\ M5 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1773.84928 \\ 15521.4145 \\ 1915754.99 \\ 1773.84928 \\ -13057.085 \\ 1354794.125 \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 09

$$\begin{pmatrix} N7 \\ V7 \\ M7 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U7x \\ U7y \\ R7 \\ U8x \\ U8y \\ R8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F7X \\ F7Y \\ M78 \\ F8X \\ F8Y \\ M87 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N7 \\ V7 \\ M7 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U7X & U7Y & R7 & U8X & U8Y & R8 \\ 27544.366 & 0 & -4269376.7 & -27544.366 & 0 & -4269376.7 \\ 0 & 1058805.43 & 0 & 0 & -1058805.4 & 0 \\ -4269376.7 & 0 & 882337858 & 4269376.73 & 0 & 441168929 \\ -27544.366 & 0 & 4269376.73 & 27544.366 & 0 & 4269376.73 \\ 0 & -1058805.4 & 0 & 0 & 1058805.43 & 0 \\ -4269376.7 & 0 & 441168929 & 4269376.73 & 0 & 882337858 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U7X \\ U7Y \\ R7 \\ U8X \\ U8Y \\ R8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N7 \\ V7 \\ M7 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4878.18 \\ -9082.46 \\ 750063 \\ 4878.18 \\ 9082.46 \\ 762173 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} N7 \\ V7 \\ M7 \\ N8 \\ V8 \\ M8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4878.1832 \\ -9082.465 \\ 750063.453 \\ -4878.1832 \\ -9082.465 \\ -762173.336 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$

Barra 10

$$\begin{pmatrix} N8 \\ V8 \\ M8 \\ N9 \\ V9 \\ M9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Ki} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U8x \\ U8y \\ R8 \\ U9x \\ U9y \\ R9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F8X \\ F8Y \\ M89 \\ F8X \\ F8Y \\ M98 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N8 \\ V8 \\ M8 \\ N9 \\ V9 \\ M9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U8X & U8Y & R8 & U9X & U9Y & R9 \\ 33645.2584 & 0 & -4878562.5 & -33645.258 & 0 & -4878562.5 \\ 0 & 1131826.49 & 0 & 0 & -1131826.5 & 0 \\ -4878562.5 & 0 & 943188745 & 4878562.47 & 0 & 471594373 \\ -33645.258 & 0 & 4878562.47 & 33645.2584 & 0 & 4878562.47 \\ 0 & -1131826.5 & 0 & 0 & 1131826.49 & 0 \\ -4878562.5 & 0 & 471594373 & 4878562.47 & 0 & 943188745 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U8X \\ U8Y \\ R8 \\ U9X \\ U9Y \\ R9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N8 \\ V8 \\ M8 \\ N9 \\ V9 \\ M9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3104.33 \\ -22139.6 \\ 592621 \\ 3104.33 \\ 22139.6 \\ 307636 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} N8 \\ V8 \\ M8 \\ N9 \\ V9 \\ M9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3104.3339 \\ -22139.55 \\ 592620.79 \\ -3104.3339 \\ -22139.55 \\ -307636.045 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \\ \text{Kg} \\ \text{Kg} \\ \text{kg-cm} \end{matrix}$$