

UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

FACULTAD DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA

ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL



TESIS

**APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIONES
PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE HUMEDAD
OPTIMO Y LA DENSIDAD LIMITE SECA PARA LA
CONFORMACIÓN DE SUB-BASES DE PAVIMENTOS
UTILIZADOS EN EL DISTRITO DE AZÁNGARO,
PROVINCIA DE AZÁNGARO-2015**

PRESENTADO POR EL BACHILLER

TITO QUISPE IVAN RAUL

PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE

INGENIERO CIVIL

JULIACA - PERÚ

2015

I

DEDICATORIA

A mi Madre, por ser la persona más paciente que me ha ayudado a crecer, que en mi vida lo que yo no pude, gracias por estar siempre conmigo en todo momento. Gracias por la paciencia que has tenido para enseñarme, por el amor que me das, por tu cuidados en el tiempo que hemos vivido juntos, por los regaños que me merecía y que no entendía gracias mamá por estar pendiente durante toda esta etapa.

A mi padre por su ejemplo en la lucha.
Por enseñarme la transparencia y por tanto afecto.

A mis hermanas, sin duda son de las personas más importantes de mi vida que siempre están en los buenos momentos y están en los malos momentos, siempre estaremos juntos en nuestros diferentes destinos que elijamos en la vida .

AGRADECIMIENTO

A mis maestros, Muchas gracias por guiarme por el camino correcto, sus enseñanzas siempre las voy a tener presente y junto a sus consejos nunca los olvidaré y los voy a tener presente como el regalo más grande que puedo recibir de alguien, muchas gracias maestros.

En primer lugar, quiero agradecer a mi amada compañera de vida, mil gracias por acompañarme en este proceso, por sobre todo, tu amor, tu comprensión, paciencia y fortaleza que permitieron que pudiese, no sólo trabajar, sino también llegar a buen puerto. Te amo vida mía.

A mi tío y abuelita. Quienes me acompañaron y me dieron el apoyo que siempre estaré agradecido

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTOS.....	¡Error! Marcador no definido.
ÍNDICE GENERAL	IV
TABLA DE CONTENIDO	V
ANEXOS.....	VIII
ÍNDICE DE TABLAS	IX
ÍNDICE DE FIGURAS.....	X
ABREVIATURAS UTILIZADAS.....	XI
ABSTRACT	XII
RESUMEN.....	XIII
INTRODUCCIÓN.....	XIV

TABLA DE CONTENIDO

CAPITULO I.....	16
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.1. DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA.....	16
1.1.1. PREGUNTA GENERAL	16
1.1.2. PREGUNTAS ESPECÍFICAS	16
1.2. ANTECEDENTES.....	17
1.3. JUSTIFICACIÓN.....	17
1.4. OBJETIVOS.....	18
1.4.1. OBJETIVO GENERAL	18
1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
1.5. HIPÓTESIS.....	19
1.5.1. HIPÓTESIS GENERAL.....	19
1.5.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS.....	19
1.6. APLICABILIDAD	20
CAPITULO II.....	21
MARCO TEÓRICO	21
2.1. CONCEPTO DE REGRESIÓN.....	21
2.1.1. AJUSTE DE CURVAS.....	22
2.1.2. ANTECEDENTES MATEMÁTICOS	24
2.1.2.1. LA MEDIA ARITMÉTICA.....	24
2.1.2.2. LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR	25
2.1.2.3. LA DISTRIBUCIÓN NORMAL.....	26
2.1.2.4. ESTIMACIÓN DE LOS INTERVALOS DE CONFIANZA	27
2.1.3. APLICACIÓN DE REGRESIONES.....	27
2.1.3.1. Método de los mínimos cuadrados.....	28
2.1.4. <i>Modelo de regresión lineal simple</i>	29
2.1.4.1. CUANTIFICACIÓN DEL ERROR DE UNA REGRESIÓN LINEAL	31

2.1.5.	REGRESIÓN DE POLINOMIOS	33
2.2.	LÍMITES DE ATTERBERG (ASTM D 4318)	34
2.2.1.	LÍMITE LÍQUIDO (ASTM D 4318)	35
2.2.2.	LÍMITE PLÁSTICO (ASTM D 4318)	36
2.3.	ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO (ASTM D 422).....	37
2.3.1.	CLASIFICACIÓN DE SUELOS SUCS.....	39
2.4.	ENSAYO PROCTOR MODIFICADO (ASTM D 1557)	42
2.4.1.	ENSAYO PROCTOR	43
2.4.2.	INFLUENCIA DE LA HUMEDAD.....	44
2.4.3.	INFLUENCIA DEL TIPO DE SUELO	44
CAPITULO III.....		47
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN		47
3.2.	MÉTODO EMPLEADO.....	47
3.2.1.	UTILIDAD.....	47
3.3.	DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	48
3.3.1.	LA MEDIA ARITMÉTICA.....	49
3.3.2.	LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR	49
3.3.3.	REGRESIÓN LINEAL SIMPLE	49
3.3.4.	REGRESIÓN DE POLINOMIOS	51
3.4.	TAMAÑO DE MUESTRA	52
3.5.	MUESTRA SELECCIONADA.....	54
3.5.1.	DATOS OBTENIDOS.....	55
CAPITULO IV		71
ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS.....		71
4.1.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	71
4.2.	COMPARACIÓN DE LA REDUCCIÓN DE COSTOS Y TIEMPOS.....	71
4.3.	VALIDACIÓN DE LAS ECUACIONES.....	72
4.4.	PRUEBA DE HIPÓTESIS.....	74
CAPITULO V		79

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	79
5.1. CONCLUSIONES	79
5.1.1. PRIMERO	79
5.1.2. SEGUNDO.....	79
5.1.3. TERCERO	80
5.1.4. CUARTO.....	81
5.1.5. QUINTO.....	81
BIBLIOGRAFÍA.....	83
ANEXOS.....	85

ANEXOS

ANEXO 01: CANTERAS UTILIZADAS	85
<i>Cantera Nro. 01:</i>	85
<i>Cantera Nro. 02:</i>	85
<i>Cantera Nro. 03:</i>	85
<i>Cantera Nro. 04:</i>	87

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Valores de coeficiente de correlación.....	32
Tabla 2.2. Clasificación Granulométrica de los Suelos.....	38
Tabla 2.3. Símbolos de Grupo (S.U.C.S.)	40
Tabla 2.4. Tipología de Suelos (S.U.C.S.)	40
Tabla 3.1. Valores De Coeficiente De Correlación	50
Tabla 3.2. Resultados obtenidos de los ensayos hechos en el laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales.....	55
Cuadro 4.1. Comparación de Costos Unitarios entre el Método Tradicional y el Método Investigado	71
Cuadro 4.2. Recopilación de Datos de Ensayos	73
Cuadro 4.3. Verificación de resultados con otros datos	74

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2. Tipos de relación entre dos variables X e Y	22
Fig. 2.1. Curva para seguir un patrón de puntos tomados.....	23
Fig. 2.2; Fig. 2.3. Interpolación entre puntos discretos	23
Fig. 2.4. Observamos que la nube de puntos no pasan exactamente por la línea por lo que hay un error “e”	29
Fig. 2.5. Observamos la colocación de la muestra sobre la cuchara Casagrande... 35	
Fig. 2.6. Se observa la forma de realizar rollitos de suelo.	36
Fig. 2.7. Curva Granulométrica de un suelo.....	37
Fig. 2.8. Carta de Casagrande para suelos cohesivos	42
Fig. 2.9. Curva humedad-densidad seca.....	44
Fig. 2.10. Influencia del tipo de suelo.....	45
Fig. 2.11. Utensilios empleados en el ensayo de Proctor	46
Fig. 4.1. La intersección se denomina Varianza compartida (r^2).....	76

ABREVIATURAS UTILIZADAS

EG-2000	: Especificaciones Generales para la Construcción de Carreteras.
NBR	: Norma Brasileira.
ASTM	: Sociedad estadounidense de pruebas y materiales.
SUCS	: Sistema Unificado de clasificación de suelos.
CBR	: California Bearing Ratio.
CHO	: Contenido de humedad óptimo.
DMS	: Densidad máxima seca.
LL	: Limite Líquido.
LP	: Limite Plástico.
IP	: Índice de plasticidad.
GyS	: Suelos de grano grueso.
MyC	: Suelos de grano fino.
O, P_t	: Suelos orgánicos.
GW-GM	: Grava bien graduada.
$X_i; Y_i$: Coordenada en los ejes cartesianos.
S_y	: Desviación estándar.
C.V.	: Coeficiente de variación
$S_{y/x}$: Error estándar.
C_c	: Coeficiente de curvatura.
\bar{X}	: Media aritmética.
r^2	: Coeficiente de determinación.

ABSTRACT

The aim of the research is to determine the optimum moisture content and maximum dry density for the formation of sub-base for a variety of flooring, which shall be based on grading standards established by Peruvian (EG-2000) for which was performed in laboratory tests of materials used, granulometry assays, limit, so we obtain values of the above tests, and proctor liquid can be performed regression analysis and to find a mathematical equation, which to replace gradation data (percentage passing the various sieves) and liquid limit we can quickly obtain the values of optimum moisture content and maximum dry density, without the need to perform the test proctor called.

RESUMEN

Para la presente investigación se utilizaron muestras de suelos extraídos de las canteras más utilizadas en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro, Región Puno. Teniendo en cuenta la gradación que debe cumplir el suelo para utilizarlo para la conformación de Sub-base, gradación que establece la Norma Peruana (EG-2000), a fin de obtener los mejores resultados.

El objetivo del presente trabajo de investigación es determinar el Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca para la conformación de Sub-base para variedad de pavimentos, lo cual se realizara partiendo de la gradación que establece la Norma Peruana (EG-2000), para lo cual se realizó ensayos en laboratorio de los materiales a utilizarse, los ensayos de Granulometría, Limite Líquido y Proctor, de manera que obteniendo valores de los ensayos anteriormente mencionados, se pueda realizar un análisis de regresión así poder encontrar una ecuación matemática, en la cual al reemplazar datos de Granulometría (Porcentajes que pasan los distintos tamices) y Limite Líquido podamos obtener rápidamente los valores de Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca, sin la necesidad de realizar el ensayo Proctor.

INTRODUCCIÓN

Parte de la Estadística corresponde a la Estadística Inferencial y dentro de ella los capítulos de correlación y regresión son muy usados en la Investigación Científica, una herramienta muy útil cuando se trata de relacionar dos o más variables, relacionadas entre sí, por otro lado la correlación implica el grado de dependencia de una variable respecto a otra. La regresión y la correlación son dos técnicas estrechamente relacionadas y comprenden una forma de estimación.

En forma más específica el análisis de correlación y regresión comprende el análisis de los datos muestrales para saber qué es y cómo se relacionan entre si dos o más variables en una población. El análisis de correlación produce un número que resume el grado de la correlación entre dos variables; y el análisis de regresión da lugar a una ecuación matemática que describe dicha relación y luego poder inferir conclusiones, hacer predicciones, etc.

En la mecánica de suelos también se puede aplicar los conceptos de correlación y regresión, ya que sus parámetros son medibles, de tal forma que luego de tener una serie de mediciones de un conjunto de variables que inciden en una u otras, se puede conocer cuál es la función que mejor describe los datos medidos. Se debe escoger con qué tipo de función probarla, por ejemplo podría ser con una función lineal, una función polinómica o un logarítmico etc., cada tipo de función se diferencia por medio de los parámetros de la misma.

Para la presente investigación se utilizaron muestras de suelos extraídos de las canteras más utilizadas en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro, teniendo en cuenta la gradación que debe cumplir el suelo para utilizarlo para la conformación de Sub-base, gradación que establece la Norma Peruana, a fin de obtener los mejores resultados.

El objetivo de esta investigación es determinar el Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca para la conformación de Sub-base de pavimentos partiendo de la gradación que establece la Norma Peruana, para lo cual se realizó ensayos de materiales como Granulometría, Limite Líquido y Proctor, de manera que obteniendo valores de los ensayos anteriormente mencionados, se pueda realizar un análisis de regresión así poder encontrar una ecuación matemática que describa una determinada relación, con lo cual podamos obtener los valores de Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca en forma rápida, sin tener que realizar el ensayo Proctor.

CAPITULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. DESCRIPCIÓN DE LA REALIDAD PROBLEMÁTICA

Uno de los problemas latentes en cualquier laboratorio de Mecánica de Suelos es el tiempo en obtener resultados. Nos referimos a resultados de compactación como son: Contenido de Humedad Óptimo (CHO) y la Densidad Máxima Seca (DMS) los cuales tardan aproximadamente entre tres, cuatro o más días

De lo expuesto utilizaremos un método alternativo a través de regresiones, la cual relaciona algunos de los parámetros de las propiedades mecánicas del suelo entre ellos están el Límite Líquido, Granulometría, el Contenido de Humedad Óptimo, la Densidad Máxima Seca, de esta forma generar una serie de puntos a la cual se dará un ajuste, empleando la estadística inferencial para luego obtener una función, de la cual se podrá obtener una ecuación de forma que podamos calcular el Contenido de Humedad Óptimo y la Densidad Máxima Seca de una forma rápida y de esta forma reduciendo costos.

1.1.1. PREGUNTA GENERAL

- ¿Se podrá determinar el contenido de humedad óptimo, la densidad máxima seca y la reducción de costos de los mismos, con el método de regresiones para la conformación de sub-bases de pavimentos en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro?

1.1.2. PREGUNTAS ESPECÍFICAS

- ¿Con el método alternativo en relación a las propiedades mecánicas del suelo, Límite líquido y granulometría podrá determinarse el contenido de humedad óptima y densidad máxima seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro?
- ¿El Límite Líquido estará relacionado íntimamente al contenido de humedad óptimo del método alternativo para la conformación de sub-bases de pavimentos en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro?

- ¿La granulometría determinará la densidad máxima seca con el método alternativo para la conformación de sub-bases de pavimentos en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro?

1.2. ANTECEDENTES

Hasta la fecha existen varias regresiones con distintas variables propias de cada investigación. Regresión en diferentes tipos de suelos, relaciones con distintos ensayos de mecánica de suelos propios del laboratorio de suelos, teniendo como base fundamental la Estadística Inferencial, la cual será una herramienta indispensable en la culminación del presente trabajo de investigación.

En los siguientes apartados cito algunas de las investigaciones ya realizadas y relacionadas con diferentes tipos de suelos no siendo mi tema propuesto, sin embargo quiero hacer énfasis, del análisis riguroso que pretendo realizar al relacionar **el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca** para la conformación de pavimentos, haciendo uso de la herramienta indispensable y necesaria de la Estadística Inferencial.

- ✓ En 1948 Terzaghi y Peck sugirieron el potencial de los estudios estadísticos “**que relacionan**” los límites de Atterberg con otras propiedades de los suelos.
- ✓ Existe la regresión efectúa por el ingeniero Civil Colombiano de la Universidad Nacional de Colombia Vásquez Varela Luis Ricardo especialista en vías y transporte, el cual correlaciona el CBR de los suelos finos de alta plasticidad con sus propiedades físicas.

1.3. JUSTIFICACIÓN

En la mecánica de suelos se puede utilizar regresiones para determinar el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca ya que estos valores son cuantificables y medibles, por lo que podemos utilizar la estadística inferencial como base de la investigación.

En la conformación de pavimentos en la capa de sub-base, se necesita saber el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca los cuales se pueden hallar a partir del ensayo Proctor, sin embargo realizar dicho ensayo tiene un costo tanto en tiempo y

también en dinero, por lo cual nace la idea de realizar esta investigación con el objeto de reducir costos de tiempo y dinero proponiendo un método alternativo, con el cual se pueda calcular el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca a partir de regresiones lineales y polinómicas, de esa forma obteniendo ecuaciones con las cuales se puede obtener el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca en forma rápida no existiendo la necesidad de realizar el ensayo Proctor, partiendo de ensayos de granulometría y límite líquido.

Estadísticamente nos interesa analizar la relación entre dos o más variables, siempre que se tenga un indicio de que entre ellas existe por lo menos cierto grado de dependencia o asociación. Lo importante es medir y expresar funcionalmente esa relación mediante una función o modelo matemático.

No existe investigaciones en nuestro medio para determinar el CHO y DMS aplicando regresiones lineales y polinómicas, la cual busca minimizar los errores de una regresión (gráfica de una función mediante puntos), y para saber el grado de eficiencia de esa regresión se aplica la correlación.

En la presente investigación definiremos como parámetros a aquellas variables que están en función de otra como el límite líquido, Granulometría, los tamices $\frac{3}{4}$ y No 4, y finalmente el Proctor (DMS y CHO) que viene a ser la base de todos los parámetros definidos anteriormente.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. OBJETIVO GENERAL

- Verificar el empleo de regresiones como método alternativo, para determinar el contenido de humedad óptimo, la densidad seca máxima, así también la reducción de costos y tiempo para la conformación de sub-bases para pavimentos en el el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

1.4.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar el método alternativo en relación a las propiedades mecánicas del suelo, límite líquido y granulometría para determinar el Contenido de Humedad Óptimo y Densidad

Máxima Seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

- Analizar el límite líquido relacionado íntimamente al contenido de humedad óptimo del método alternativo para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.
- Evaluar la granulometría la cual determina la densidad máxima seca con el método alternativo para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro

1.5. HIPÓTESIS

1.5.1. HIPÓTESIS GENERAL

- Empleando regresiones como método alternativo, podremos determinar el contenido de humedad óptimo, la densidad seca máxima y también la reducción de costos para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

1.5.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- El método alternativo en relación a las propiedades mecánicas del suelo, límite líquido y granulometría determina el contenido de humedad óptimo y densidad máxima seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.
- El Límite Líquido está relacionado íntimamente al contenido de humedad óptimo del método alternativo, para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.
- En el método alternativo, la granulometría determina la densidad máxima seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

1.6. APLICABILIDAD

La regresión lineal es una técnica estadística desarrollada durante el siglo XVII, en la que se pretendía encontrar relación entre las características de padres e hijos, así mismo predecir los comportamientos de los cuerpos celestes del sistema solar.

El concepto que presenta la regresión se basa en encontrar la relación que puede existir entre una o varias variables independientes con una dependiente, este fenómeno se prueba a través de la técnica de mínimos cuadrados. Dicha técnica se basa en encontrar la distancia mínima entre los puntos reales obtenidos de mediciones históricas y una recta estimada que represente todos los puntos.

Pese a que se sabe por el empirismo que en el mundo organizacional es complicado encontrar procesos que sigan comportamientos perfectamente lineales, la ecuación de la recta es la forma más sencilla en la que podemos modelar el entorno. La facilidad de llevar un proceso o sistema real a un modelo matemático lineal permite a los decisores entender de una mejor forma los fenómenos a los cuales se enfrentan permitiéndoles tener un criterio técnico para establecer cursos de acción en el futuro.

En la mayoría de los problemas sobre regresión donde se involucran dos variables se puede llegar a cuatro categorías posibles: 1) Predicción de una respuesta, 2) Sustitución de una variable fácil de medir por otra que no lo es 3) Ajuste de datos de una variable dependiente por diferencias de la variable independiente para reducir el error experimental 4) Claridad de la forma funcional de la relación entre dos variables (Gill 1978). En muchos casos, cuando se trata de obtener un modelo para caracterizar el comportamiento de un conjunto de datos que muestran un marcado patrón curvilíneo, no se puede emplear la regresión lineal; por lo que una alternativa es el ajuste de los datos a polinomios usando regresión polinomial (Métodos Numéricos para Ingenieros - Chapra & Canale 2006).

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. CONCEPTO DE REGRESIÓN

Los conceptos de correlación y regresión son muy usados en la Investigación Científica, una herramienta muy útil cuando se trata de relacionar 2 o más variables, relacionadas entre sí, la Correlación implica el grado de dependencia de una variable respecto a otra.

Las técnicas de regresión permiten hacer predicciones sobre los valores de cierta variable Y (dependiente), a partir de los de otra X (independiente), entre las que intuimos que existe una relación. Al hablar de regresión necesitamos información adicional del campo de la estadística. De la media, desviación estándar, suma residual de los cuadrados, distribución normal e intervalos de confianza¹.

De una forma general, lo primero que suele hacerse para ver si dos variables aleatorias están relacionadas o no las llamaremos X e Y, denotando con Y a la variable dependiente, y X a la variable independiente, consiste en tomar una muestra aleatoria. Sobre cada individuo de la muestra se analizan las dos características en estudio, de modo que para cada individuo tenemos un par de valores (x_i, y_i) $(i=1, \dots, n)$. Seguidamente, representamos dichos valores en unos ejes cartesianos, dando lugar al diagrama conocido como diagrama de dispersión o nube de puntos. Así, cada individuo vendrá representado por un punto en el gráfico, de coordenadas, x_i, y_i . De esa forma, podremos obtener una primera idea acerca de la forma y de la dispersión de la nube de puntos.

Al dibujar la nube de puntos, podemos encontrarnos, entre otros, los casos a los que hace referencia la figura 02.

En primer lugar deberemos distinguir entre dependencia funcional y dependencia estocástica. En el primer caso la relación es perfecta: $Y=f(X)$ (ver figura 02: d y e); es decir, los puntos del diagrama de dispersión correspondiente, aparecen sobre la función $Y=f(X)$. Por ejemplo, el caso de la fig. 02(d), sería: $Y=a+bX$.

Sin embargo, lo que suele ocurrir es, la no existencia de una dependencia funcional perfecta, sino otra dependencia o relación menos rigurosa que se denomina dependencia estocástica (figura 02: b y c); entonces, la relación entre X e Y, podríamos escribirla (en el caso de la figura 02: b) de la forma $Y=a+bX+e$, donde “e” es un error o un residual, debido por ejemplo, a no incluir variables en el modelo que sean importantes a la hora de explicar el comportamiento de Y, y cuyos efectos sean diferentes a los de X; errores aleatorios o de medida, o simplemente a que estamos especificando mal el modelo (por ejemplo, que en lugar de ser una recta, sea una parábola).

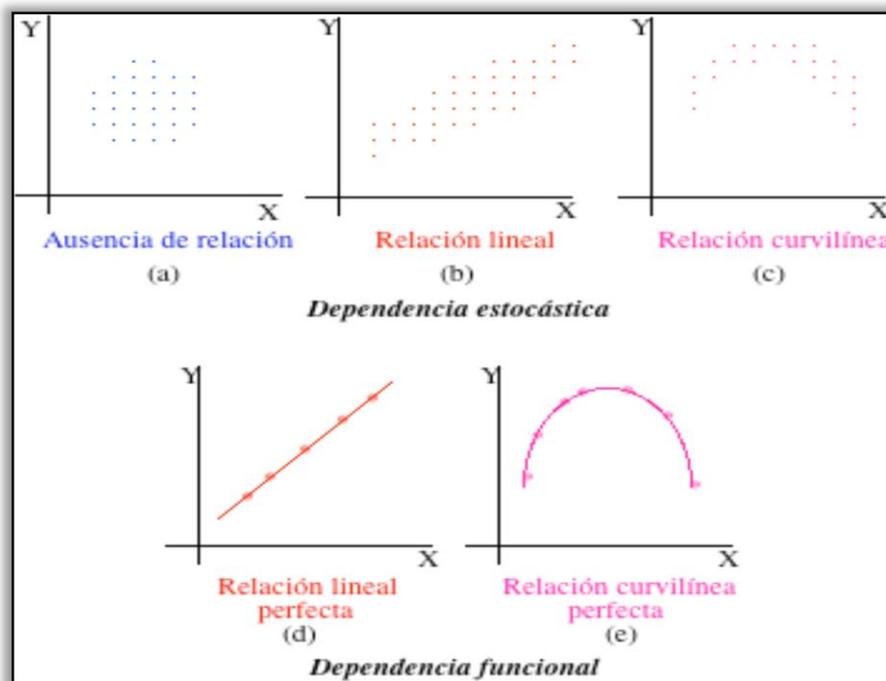


Fig. 2. Tipos de relación entre dos variables X e Y

2.1.1. AJUSTE DE CURVAS

Existen dos procedimientos generales para el ajuste de curvas que se distinguen uno del otro con base en el grado de error asociado con los datos.

Primero, donde los datos exhiban un grado significativo de error

La estrategia será derivar una sola curva que represente la tendencia general de los datos. Debido a que cualquier dato individual puede ser incorrecto, no se

necesita interceptar cada punto. En lugar de esto, se designa la curva para seguir un patrón de los puntos tomados como se ve en la figura. 2.1².

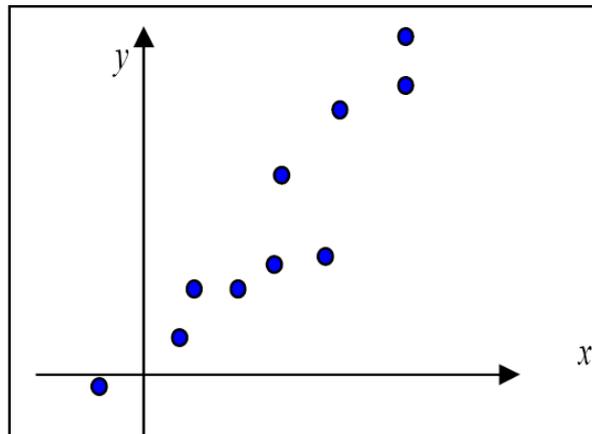


Fig. 2.1. Curva para seguir un patrón de puntos tomados

Segundo, donde se conoce que los datos son muy precisos, el procedimiento básico será ajustar a una curva o a una serie de curvas que pasen directamente a través de cada uno de los puntos.

La estimación de valores entre puntos discretos bien conocidos es llamada interpolación como el que se ve en la figura 2.2 y 2.3.

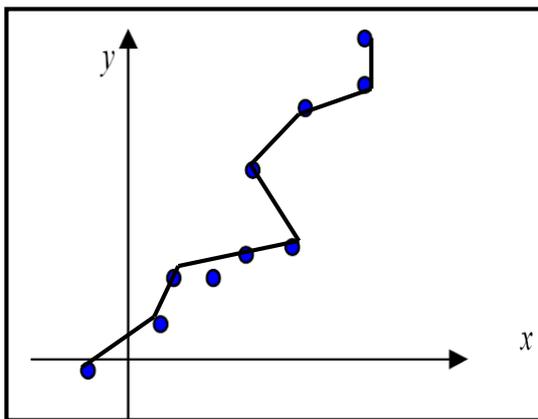


Fig. 2.2.

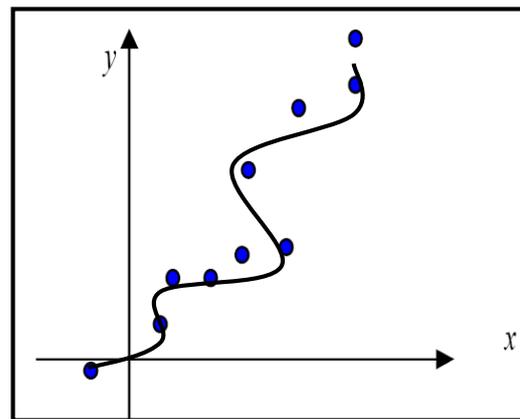


Fig. 2.3.

Fig. 2.2; Fig. 2.3. Interpolación entre puntos discretos

²Fig. 2.1, 2.2 y 2.3 Mg. Manuel Córdova Zamora- Estadística Descriptiva e Inferencial, 2001 –conceptos fundamentales pag.90

2.1.2. ANTECEDENTES MATEMÁTICOS

Es necesario recopilar información adicional del campo de la estadística. De la media, desviación estándar, suma residual de los cuadrados, distribución normal e intervalos de confianza³

2.1.2.1. LA MEDIA ARITMÉTICA

También llamada media o promedio. La media aritmética es el promedio de un conjunto de números, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, obtenida sumando todos los números y dividiéndola entre n , como se ve en la ecuación (2.1)

Expresada de forma intuitiva, podemos decir que la media (aritmética) es la cantidad total de la variable distribuida a partes iguales entre cada observación.

Por ejemplo, si en una habitación hay tres personas, la media de dinero que tienen en sus bolsillos sería el resultado de tomar todo el dinero de los tres y dividirlo a partes iguales entre cada uno de ellos. Es decir, la media es una forma de resumir la información de una distribución (dinero en el bolsillo) suponiendo que cada observación (persona) tendría la misma cantidad de la variable.

También la media aritmética puede ser denominada como centro de gravedad de una distribución, el cual no es necesariamente la mitad.

Una de las limitaciones de la media es que se ve afectada por valores extremos; valores muy altos tienden a aumentarla mientras que valores muy bajos tienden a bajarla, lo que implica que puede dejar de ser representativa de la población.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} a_i}{n} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n} \quad (2.1)$$

2.1.2.2. LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR

La Desviación Estándar es una medida de dispersión, que nos indica cuánto pueden alejarse los valores respecto al promedio (media), por lo tanto es útil para buscar probabilidades de que un evento ocurra, se denota con la formula (2.2)

Para conocer con detalle un conjunto de datos, no basta con conocer las medidas de tendencia central, sino que necesitamos conocer también la desviación que representan los datos en su distribución respecto de la media aritmética de dicha distribución, con objeto de tener una visión de los mismos más acorde con la realidad a la hora de describirlos e interpretarlos para la toma de decisiones.

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} \quad (2.2)$$

Donde S_t es la suma total de los cuadrados de los residuos entre los datos y la media, o

$$S_t = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.3)$$

Así, si las mediciones individuales están muy espaciadas alrededor de la media S_t (y en consecuencia, S_y) será grande. Si están agrupadas cerca de ella, la desviación estándar será pequeña. El espaciamiento también se puede representar por el cuadrado de la desviación estándar, al cual se le llama la varianza:

$$s_y^2 = \frac{S_t}{n-1} \quad (2.4)$$

Observe que el denominador en ambas ecuaciones (2.2) y (2.4) es $n-1$. La cantidad $n-1$ está referida como los grados de libertad. Por tanto, S_t y S_y se dice que se hallan basadas en $n-1$ grados de libertad. Esta nomenclatura se deriva del hecho de que la suma de las cantidades sobre las cuales S_t , se basa (es decir, $\bar{y} - y^1$, $\bar{y} - y^2$, $\bar{y} - \dots - y^n$) es cero⁴. En consecuencia, si \bar{y} es conocida y se especifican los valores de $n-1$ el valor restante es fijo. Así, sólo $n-1$ de los valores se dice que están libremente determinados. Otra justificación para dividir entre $n-1$ es el hecho de que no existe como la dispersión de un solo punto.

Para el caso donde $n = 1$, las ecuaciones (2.2) y (2.4) dan un resultado sin sentido al infinito.

Se debería observar que hay una fórmula alterna más conveniente para calcular la desviación estándar.

$$s^2_y = \frac{\sum yi^2 - (\sum yi)^2 / n}{n - 1} \quad (2.5)$$

Una estadística final que tiene utilidad en cuantificar la dispersión de datos es el coeficiente de variación (c.v.). Tal estadística es la razón de la desviación estándar a la media. Como tal, proporciona una medición normalizada de la dispersión. Con frecuencia se multiplica por 100 para que se pueda expresar en la forma de porcentaje:

$$c.v. = \frac{s_y}{\bar{y}} 100\% \quad (2.6)$$

Observe que el **coeficiente de variación** es similar, en esencia, al error relativo porcentual. Es decir, es la razón del error de medición (s_y) a un estimado del valor real (\bar{y}).

2.1.2.3. LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

En estadística y probabilidad se llama distribución normal, distribución de Gauss o a una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece aproximada en fenómenos reales.

La gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto de un determinado parámetro estadístico. Esta curva se conoce como campana de Gauss y es el gráfico de una función gaussiana.

La importancia de esta distribución radica en que permite modelar numerosos fenómenos naturales, sociales y psicológicos. Mientras que los mecanismos que subyacen a gran parte de este tipo de fenómenos son desconocidos, por la enorme cantidad de variables incontrolables que en ellos intervienen, el uso del modelo normal puede justificarse asumiendo que cada observación se obtiene como la suma de unas pocas causas independientes.

De hecho, la estadística es un modelo matemático que sólo permite describir un fenómeno, sin explicación alguna. Para la explicación causal es preciso el diseño experimental, de ahí que al uso de la estadística en psicología y sociología sea conocido como método correlacional.

2.1.2.4. ESTIMACIÓN DE LOS INTERVALOS DE CONFIANZA

La estadística inferencial es el proceso de uso de los resultados derivados de las muestras para obtener conclusiones acerca de las características de una población. La estadística inferencial nos permite estimar características desconocidas como la media de la población o la proporción de la población. Existen dos tipos de estimaciones usadas para estimar los parámetros de la población: la estimación puntual y la estimación de intervalo. Una estimación puntual es el valor de un solo estadístico de muestra. Una estimación del intervalo de confianza es un rango de números, llamado intervalo, construido alrededor de la estimación puntual. El intervalo de confianza se construye de manera que la probabilidad del parámetro de la población se localice en algún lugar dentro del intervalo conocido.

Ya que se “infieren” propiedades de la población desconocida de una muestra limitada, el intento es llamado inferencia estadística. Ya que los resultados son a menudo reportados como estimaciones de los parámetros de población, el proceso es también referido como estimación.

2.1.3. APLICACIÓN DE REGRESIONES

Las técnicas de regresión tienen por objeto modelar, es decir, encontrar una función que aproxime lo máximo posible la relación de dependencia estadística entre variables y predecir los valores de una de ellas: “y” (variable dependiente) a partir de los de la otra (o las otras): “x” (variables(s) independiente(s)). La regresión es lineal cuando el modelo matemático o función de regresión seleccionada es una recta. En cualquier otro caso se dice regresión no lineal.

El procedimiento será:

1. Elegir un tipo de función o curva que mejor relacione las dos variables; esto lo podemos hacer observando la nube de puntos.

2. Obtener la ecuación de la curva, de entre las infinitas de dicho tipo que hay en el plano, que mejor se adapte al conjunto de puntos. El objetivo de obtener esa ecuación será predecir el valor de la variable y dado un valor X_0 de la variable X.
3. Obtener una medida del grado de esta asociación o correlación. Esto me dará la fiabilidad de las predicciones que haga con esta ecuación.

Ajuste de curva

Para las regresiones, hay una técnica cuyo objetivo es derivar una curva que minimice la discrepancia entre los puntos y la curva. Algunas suposiciones estadísticas inherentes son:

1. Cada "x" tiene un valor fijo, no es aleatorio y es conocido sin error.
2. Los valores "y" son valores aleatorios independientes y todos tienen la misma varianza.
3. Los valores de "y" para una "x" dada deben ser normalmente distribuidos.
4. La regresión de "y" contra "x" no es la misma que la de "x" contra "y".

2.1.3.1. Método de los mínimos cuadrados.

Dados los puntos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, supongamos que hemos elegido una función $y=f(x/a_0, \dots, a_n)$ que queremos ajustar a ese conjunto de puntos y en la que intervienen "n" parámetros (a_0, \dots, a_n) , Consideramos la nube de puntos correspondiente:

Para cada valor de x, (x_i) tenemos dos valores de y:

El valor observado en la muestra (o en la nube de puntos) y_i .

Otro que denominamos teórico, y_i^* que se obtendría al sustituir $x = x_i$ en la función.

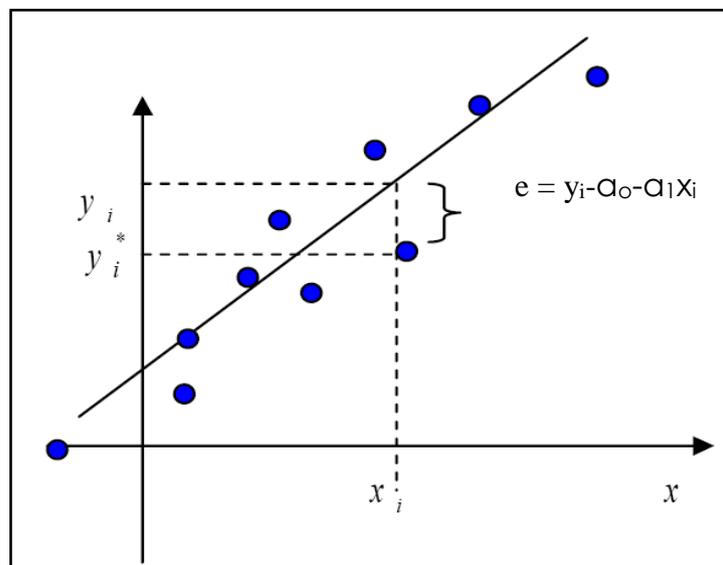


Fig. 2.4. Observamos que la nube de puntos no pasan exactamente por la línea por lo que hay un error “e”

Como se puede observar la figura 2.4, para cada x_i tenemos una diferencia entre los dos valores de y , que llamaremos residuo: $e = y_i - a_0 - a_1 x_i$

El método de los mínimos cuadrados consiste en determinar los parámetros (a_1, \dots, a_n) de tal forma que los residuos sean mínimos. Es decir, buscaremos minimizar la expresión:

$$S_r = \sum_{i=1}^{i=n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_{i,medida} - y_{i,modelo})^2 \quad (2.7)$$

Es decir, minimizamos la suma de las distancias verticales de los puntos a la curva.

La condición necesaria para obtener el mínimo, es que las primeras derivadas parciales respecto a cada uno de los parámetros tiendan a ser cero, es decir.

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0 \quad \frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0 \quad \frac{\partial S_r}{\partial a_n} = 0$$

Resolviendo este sistema, denominado sistema de ecuaciones normales, quedan determinados (a_0, \dots, a_n) , así como la correspondiente función.

2.1.4. Modelo de regresión lineal simple

Para este tipo de regresión, la función escogida para aproximar la relación entre las variables es una recta, es decir $y_i = a_0 + a_1 x_i$, donde a_0, a_1 son los parámetros. A esta recta la llamaremos recta de regresión de “y” sobre “x”.

Vamos a deducir su ecuación usando el método de los mínimos cuadrados.

Dado un valor de x , tenemos los dos valores de y , el observado, y_i , y el teórico, $y_i = a_0 + a_1 x_i$. Así pues, hemos de minimizar:

$$S_r = \sum_{i=1}^{i=n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_{i,medida} - y_{i,modelo})^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2 \quad (2.8)$$

Que derivando respecto a: a_0 y a_1 , e igualando a cero

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0 = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1 x_i)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0 = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1 x_i)] x_i$$

Nos dará un sistema de dos ecuaciones normales y dos incógnitas (a_0 y a_1).

Resolviendo el sistema:

$$0 = \sum y_i - \sum a_0 - \sum a_1 x_i$$

$$0 = \sum (y_i x_i - \sum a_0 x_i - \sum a_1 x_i^2)$$

Note que para efectos de cálculo no se ha considerado los subíndices de la sumatoria $i = 0, i = n$.

Ahora si hacemos que $\sum a_0 = n a_0$ podemos expresar las ecuaciones como un conjunto de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (a_0 y a_1):

$$n a_0 + (\sum x_i) a_1 = \sum y_i$$

$$(\sum x_i) a_0 + (\sum x_i^2) a_1 = \sum x_i y_i$$

Se obtiene así, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas a_0 y a_1 cuya solución

es:

$$a_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (2.9)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} \quad (2.10)$$

Donde \bar{x} y \bar{y} son las medias de "x" y "y" respectivamente.

2.1.4.1. CUANTIFICACIÓN DEL ERROR DE UNA REGRESIÓN LINEAL

En las ecuaciones (2.3) y (2.8) existe una similitud. En el primer caso el cuadrado del residuo representa el cuadrado de la discrepancia entre los datos y una sola estimación de la medida de tendencia central (la media). En la ecuación (2.8) el cuadrado de los residuos representa el cuadrado de la distancia vertical entre los datos y otra medida de tendencia central: la línea recta

La analogía se puede extender para casos donde:

1. La dispersión de los puntos alrededor de la línea es de magnitud similar junto con todo el rango de datos.
2. La distribución de esos puntos cerca de la línea es normal.

Se puede que si estos criterios se cumplen, la regresión por mínimos cuadrados proporcionará la mejor (es decir una de las mejores).

Esto es conocido en estadística como el principio de probabilidad máxima. Además si estos criterios se cumplen, una "desviación estándar" para la línea de regresión se puede determinar como

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{s_r}{n-2}} \quad (2.11)$$

Dónde:

$s_{y/x}$ Es llamado el error estándar del estimado, la notación del subíndice "y/x" designa que el error es para un valor predicho de y correspondiente a un valor particular de x.

El error estándar de la estimación cuantifica la dispersión de los datos. Sin embargo, $s_{y/x}$ cuantifica la dispersión alrededor de la línea de regresión en contraste con la desviación estándar original s_y que cuantifica la dispersión alrededor de la media

El coeficiente de correlación es otro parámetro para el estudio de una distribución bidimensional, que nos indica el grado de dependencia entre las variables “x” e “y”. El coeficiente de correlación “r” es un número que se obtiene mediante la fórmula.

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} \quad (2.12)$$

Donde r^2 es conocido como el coeficiente de determinación y $S_t - S_r$ cuantifica la mejora o reducción de error debido a que describe los datos en términos de una línea recta en vez de cómo un valor promedio.

Una formulación alternativa para r que es más conveniente para implementarse en una computadora es:

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} \quad (2.13)$$

El coeficiente de correlación puede valer cualquier número comprendido entre -1 y +1.

Cuando $r = 1$, la correlación lineal es perfecta, directa.

Cuando $r = -1$, la correlación lineal es perfecta, inversa

Cuando $r = 0$, no existe correlación alguna, independencia total de los valores “x” y “y”

A continuación se muestra, a modo de orientación, como podrían interpretarse los valores de “r” (positivo o negativo)

Tabla 2.1. Valores de coeficiente de correlación

0.0	a	0.2	Correlación muy débil, despreciable
0.2	a	0.4	Correlación débil. Bajo
0.4	a	0.7	Correlación moderada
0.7	a	0.9	Correlación fuerte, alto, importante

0.9	a	1.0	Correlación muy fuerte, muy alto
-----	---	-----	----------------------------------

FUENTE: texto Metodología de la Investigación 4ta Edición, Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández Collado, Pilar Baptista Lucio págs. 439 y 453.

2.1.5. REGRESIÓN DE POLINOMIOS

Cuando la tendencia de los puntos dispersos no ajusta bien a una recta entonces se debe optar por otro tipo de función.

El procedimiento de Mínimos Cuadrados se puede fácilmente extender al ajuste de datos con un polinomio cuadrático

$$y_i = a_0 + a_1x + a_2x^2 + e \quad (2.14)$$

Para este caso la suma de los cuadrados de los residuos es:

$$S_r = \sum_{i=1}^{i=n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_{i,medida} - y_{i,modelo})^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2 \quad (2.15)$$

Siguiendo el procedimiento de la regresión lineal simple, tomamos la derivada de la ecuación con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio.

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0 \qquad \frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0 \qquad \frac{\partial S_r}{\partial a_2} = 0$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0 = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0 = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)] x_i$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = 0 = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)] x_i^2$$

Ahora si hacemos que $\sum a_0 = na_0$ podemos expresar las ecuaciones como un conjunto de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas (a_0 , a_1 y a_2)

$$na_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 = \sum y_i$$

$$(\sum x_i) a_0 + (\sum x_i^2) a_1 + (\sum x_i^3) a_2 = \sum x_i y_i$$

$$(\sum x_i^2) a_0 + (\sum x_i^3) a_1 + (\sum x_i^4) a_2 = \sum x_i^2 y_i$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum xi & \sum xi^2 \\ \sum xi & \sum xi^2 & \sum xi^3 \\ \sum xi^2 & \sum xi^3 & \sum xi^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum yi \\ \sum xiyi \\ \sum xi^2 yi \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

El Error Estándar Del Estimado Se Formula Como

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{s_r}{n-2}} \quad (2.17)$$

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{Sr}{n-(m+1)}} \quad (2.18)$$

Dónde:

$s_{y/x}$ Es llamado el error estándar del estimado, la notación del subíndice “y/x” designa que el error es para un valor predicho de y correspondiente a un valor particular de x. El error estándar de la estimación cuantifica la dispersión de los datos. Sin embargo, $s_{y/x}$ cuantifica la dispersión alrededor de la línea (2.17) y la parábola (2.18) de regresión en contraste con la desviación estándar original s_y que cuantifica la dispersión alrededor de la media.

2.2. LÍMITES DE ATTERBERG (ASTM D 4318)

Los límites de Atterberg o límites de consistencia se utilizan para caracterizar el comportamiento de los suelos finos. El nombre de estos es debido al científico sueco Albert Mauritz Atterberg. (1846-1916).

Los límites se basan en el concepto de que en un suelo de grano fino solo pueden existir 4 estados de consistencia según su humedad. Así, un suelo se encuentra en estado sólido, cuando está seco. Al agregársele agua poco a poco va pasando sucesivamente a los estados de semisólido, plástico, y finalmente líquido. Los contenidos de humedad en los puntos de transición de un estado al otro son los denominados límites de Atterberg.

Los ensayos para un estudio de mecánica de suelos aplicado a una carretera (pavimentos) se realizan en el laboratorio y miden la cohesión del terreno y su contenido de humedad, para ello se forman pequeños cilindros de 3mm de espesor con el suelo. Siguiendo estos procedimientos se definen dos límites:

Límite líquido: Cuando el suelo pasa de un estado semilíquido a un estado plástico y puede moldearse. Para la determinación de este límite se utiliza la cuchara de Casagrande (Fig. 2.5).

Límite plástico: Cuando el suelo pasa de un estado plástico a un estado semisólido y se rompe.

Índice de plasticidad: $IP = LL - LP$

2.2.1. LÍMITE LÍQUIDO (ASTM D 4318)

“Es el contenido de agua tal que para un material dado, fija la división entre el estado casi líquido y plástico de un suelo”

Para determinar el límite líquido se emplea el aparato estandarizado de Casa Grande. Para poder establecer valores definidos, reproducibles, de los límites, se propuso que el límite líquido se definiera arbitrariamente como el contenido de humedad al cuál una masa de suelo húmeda colocada en un recipiente en forma de cápsula de bronce, separada en dos por la acción de una herramienta para hacer una ranura-patrón, y dejada caer desde una altura de un centímetro, sufra después de dejarla caer 25 veces una falla o cierre de la ranura en una longitud de 12.7mm.



Fig. 2.5. Observamos la colocación de la muestra sobre la cuchara Casagrande.

2.2.2. LÍMITE PLÁSTICO (ASTM D 4318)

Para la determinación de éste límite se toma muestras del ensayo para la obtención del límite líquido y procedemos a amasarla y posteriormente a arrollarla, cuya arrolladora vamos disminuyendo en el diámetro, hasta que los rollitos presenten rupturas o ranuras.

Mientras se rasga aumentamos la humedad del suelo que no presenta ninguna falla, hasta que los rollitos lleguen a tener un diámetro de 3mm., en cuyo diámetro decimos que esa humedad es la que determina el índice plástico.

Las arenas no tienen plasticidad, los limos tienen pero muy poca, en cambio las arcillas, y sobre todo aquellas ricas en materia orgánica son muy plásticas.

El límite plástico se ha definido arbitrariamente como el contenido de humedad del suelo al cuál un cilindro se rompe o se resquebraja cuando se enrolla a un diámetro de o aproximadamente 3mm. Esta prueba es bastante más subjetiva (dependiente del operador) que el ensayo del límite líquido, pues la definición del resquebrajamiento del cilindro de suelo así como del diámetro están sujetas a la interpretación del operador.

El diámetro puede establecerse durante el ensayo por comparación de un alambre común o de soldadura del mismo diámetro. Con la práctica, se encuentra que los valores del límite plástico pueden reproducirse sobre el mismo suelo por parte de diferentes laboratoristas, dentro de un rango del 1 al 3%.



Fig. 2.6. Se observa la forma de realizar rollitos de suelo.

2.3. ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO (ASTM D 422)

Los granos que conforman un suelo tienen diferentes tamaños, van desde los grandes que son los que se pueden tomar fácilmente con las manos, hasta los granos pequeños, los que no se pueden ver solamente con un microscopio. El análisis granulométrico al cuál se somete un suelo es de mucha ayuda para la construcción de proyectos, tanto estructuras como carreteras porque con éste se puede conocer la permeabilidad y la cohesión del suelo.

Los Análisis Granulométricos se realizarán mediante ensayos en el laboratorio con tamices de diferentes enumeraciones, dependiendo de la separación de los cuadros de la malla. Los granos que pasen o se queden en el tamiz tienen sus características ya determinadas. Para el ensayo o el análisis de granos gruesos será muy recomendado el método del Tamiz; pero cuando se trata de granos finos este no es muy preciso, porque le es más difícil a la muestra pasar por una malla tan fina; Debido a esto el análisis granulométrico de Granos finos será recomendable utilizar otro método.

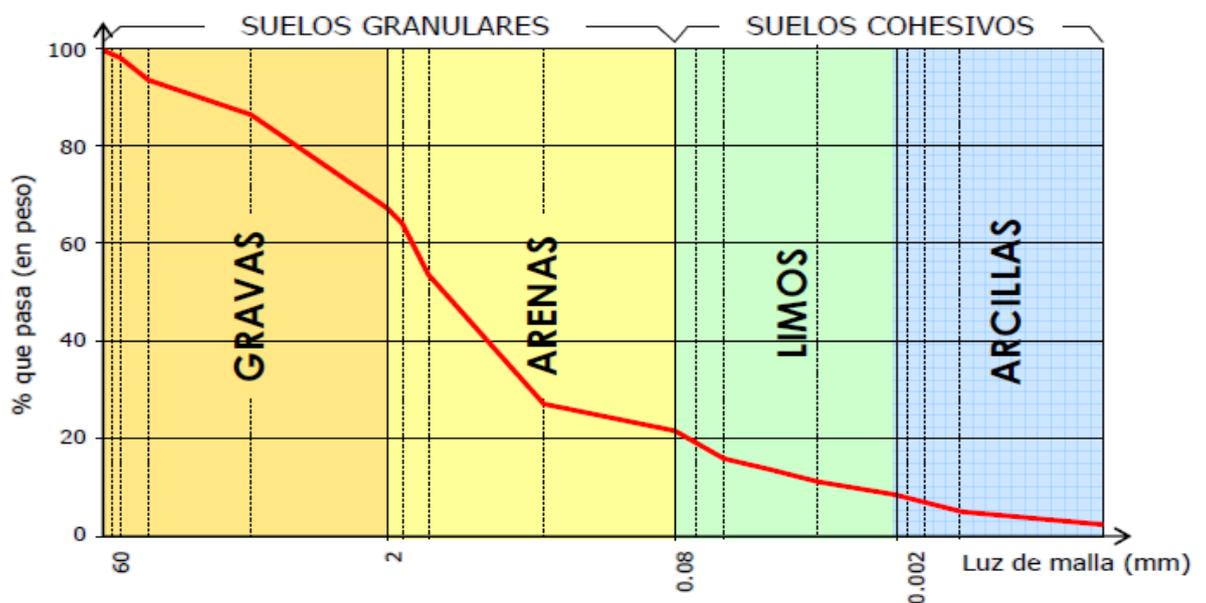


Fig. 2.7. Curva Granulométrica de un suelo

FUENTE: Manual de carreteras texto Luis Bañón Blázquez tomo 2 pág. 15-16

La finalidad de este ensayo no es otra que determinar las proporciones de los distintos tamaños de grano existentes en el mismo, o dicho de otro modo, su granulometría.

Una vez realizado el proceso de tamizado y sedimentación, se procede a pesar las cantidades retenidas en cada uno de los tamices, construyéndose una gráfica semilogarítmica donde se representa el porcentaje en peso de muestra retenida (o el que pasa) para cada abertura de tamiz.

Interpretación de los resultados

La interpretación de una curva granulométrica puede proporcionarnos información acerca del comportamiento del suelo. Si estudiamos la regularidad de la curva podremos diferenciar dos tipos de granulometrías, como podemos observar en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Clasificación Granulométrica de los Suelos

TIPO	DENOMINACIÓN		TAMAÑO (mm)
SUELOS GRANULARES	Bolos y bloques		> 60
	Grava	Gruesa	60 – 20
		Media	20 - 6
		Fina	2 - 6
	Arena	Gruesa	0.6 - 2
		Media	0.2 - 0.6
Fina		0.08 - 0.2	
SUELOS COHESIVOS	Limo	Gruesa	0.02 - 0.08
		Media	0.006 - 0.02
		Fina	0.002 - 0.006
	Arcilla		< 0.002

FUENTE;
BEVIA G. José,
carreteras tomo

BAÑÓN B. luís;
"manual de
2" pág. 15-17

- a.- Granulometría discontinúa:** La curva presenta picos y tramos planos, que indican que varios tamices sucesivos no retienen material, lo que evidencia que la variación de tamaños es escasa. En este caso, se habla de suelos mal graduados. La arena de playa es un claro ejemplo de este tipo de suelos.
- b.- Granulometría continúa:** La práctica totalidad de los tamices retienen materia, por lo que la curva adopta una disposición suave y continua. A este tipo de suelos se les denomina bien graduados. Las zahorras⁵ se engloban dentro de este grupo.

De cara a determinar numéricamente la graduación de un suelo se emplea el coeficiente de curvatura, definido por la siguiente expresión:

$$C_c = \frac{D_{30}^2}{D_{10} \times D_{60}}$$

En carreteras, es importante que el suelo esté bien graduado para que al compactarlo, las partículas más finas ocupen los huecos que dejan los áridos de mayor tamaño, reduciendo de esta forma el número de huecos y alcanzando una mayor estabilidad y capacidad portante. Un suelo bien graduado presenta valores de C_c comprendidos entre 1 y 3.

Otro parámetro muy empleado para dar idea del grado de uniformidad de un suelo es el llamado coeficiente de uniformidad, definido por Hazen como la relación entre las aberturas de tamices por donde pasan el 60% y el 10% en peso de la totalidad de la muestra analizada.

$$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

Según este coeficiente, un suelo que arroje valores inferiores a 2 se considera muy uniforme, mientras que un coeficiente inferior a 5 define un suelo uniforme.

2.3.1. CLASIFICACIÓN DE SUELOS SUCS

Es importante realizar una clasificación del suelo para saber cómo se comportara el suelo, si será un suelo fino o un suelo de grano grueso (grava), para lo cual observamos en la tabla 2.3, donde se muestran los símbolos de grupo.

Una adecuada clasificación parte de propiedades de sencilla determinación; normalmente, suele ser suficiente conocer la granulometría y límites de atterberg de un suelo para predecir su comportamiento mecánico. Además, facilita la comunicación e intercambio de ideas entre profesionales del sector, dado su carácter universal.

Esta clasificación se vale de unos símbolos de grupo, consistentes en un prefijo que designa la composición del suelo y un sufijo que matiza sus propiedades⁶. En el siguiente esquema se muestran dichos símbolos y su significado:

Tabla 2.3. Símbolos de Grupo (S.U.C.S.)

TIPO DE SUELO	PREFIJO	SUBGRUPO	SUFIJO
Grava	G	Bien graduado	W
Arena	S	Pobrementemente graduado	P
Limo	M	Limoso	M
Arcilla	C	Arcilloso	C
Orgánico	O	Límite líquido alto (>50)	L
Turba	Pt	Límite líquido bajo (<50)	H

FUENTE: Símbolos de grupo (SUCS), BRAJA M. Das, "Principios de Ingeniería de Cimentaciones" California state University, Pág. 38 y 39

En función de estos símbolos, pueden establecerse diferentes combinaciones que definen uno y otro tipo de suelo:

Tabla 2.4. Tipología de Suelos (S.U.C.S.)

SÍMBOLO	CARACTERÍSTICAS GENERALES		
GW	GRAVAS (>50% en tamiz #4 ASTM)	Limpias (Finos<5%)	Bien graduadas
GP			Pobrementemente graduadas
GM		Con finos	Componente limoso
GC		(Finos>12%)	Componente arcilloso
SW	ARENAS (<50% en tamiz #4 ASTM)	Limpias (Finos<5%)	Bien graduadas
SP			Pobrementemente graduadas
SM		Con finos	Componente limoso
SC		(Finos>12%)	Componente arcilloso
ML		Baja plasticidad (LL<50)	

MH	LIMOS	Alta plasticidad (LL>50)
CL	ARCILLAS	Baja plasticidad (LL<50)
CH		Alta plasticidad (LL>50)
OL	SUELOS	Baja plasticidad (LL<50)
OH	ORGÁNICOS	Alta plasticidad (LL>50)
Pt	TURBA	Suelos altamente orgánicos

FUENTE: Cuadro procedente: BAÑÓN B. Iuís; BEVIA G. José; "manual de carreteras tomo 2"pág. 15-21 Tipología de suelos (SUCS)

Como puede deducirse de la anterior tabla, existe una clara distinción entre tres grandes grupos de suelos:

- a.- Suelos de grano grueso (G y S):** Formados por gravas y arenas con menos del 50% de contenido en finos, empleando el tamiz # 200 ASTM.
- b.- Suelos de grano fino (M y C):** Formados por suelos con al menos un 50% de contenido en limos y arcillas.
- c.- Suelos orgánicos (O, Pt):** Constituidos fundamentalmente por materia orgánica. Son inservibles como terreno de cimentación. Asimismo, dentro de la tipología expuesta pueden existir casos intermedios, empleándose una doble nomenclatura; por ejemplo, una grava bien graduada que contenga entre un 5 y un 12% de finos se clasificará como GW-GM.

Tras un estudio experimental de diferentes muestras de suelos de grano fino, Casagrande consigue ubicarlos en un diagrama que relaciona el límite líquido (LL) con el índice de plasticidad (IP). En este diagrama, conocido como la carta de Casagrande de los suelos cohesivos, destacan dos grandes líneas que actúan a modo de límites:

Línea A: $IP = 0.73 * (LL - 20)$

Línea B: $LL = 50$

En la fig. 2.8 observamos la Carta de Plasticidad, la cual es muy importante para poder clasificar un suelo fino, nos referimos aquel suelo que tenga mayor del 50% pasante por el tamiz Nro. 200.

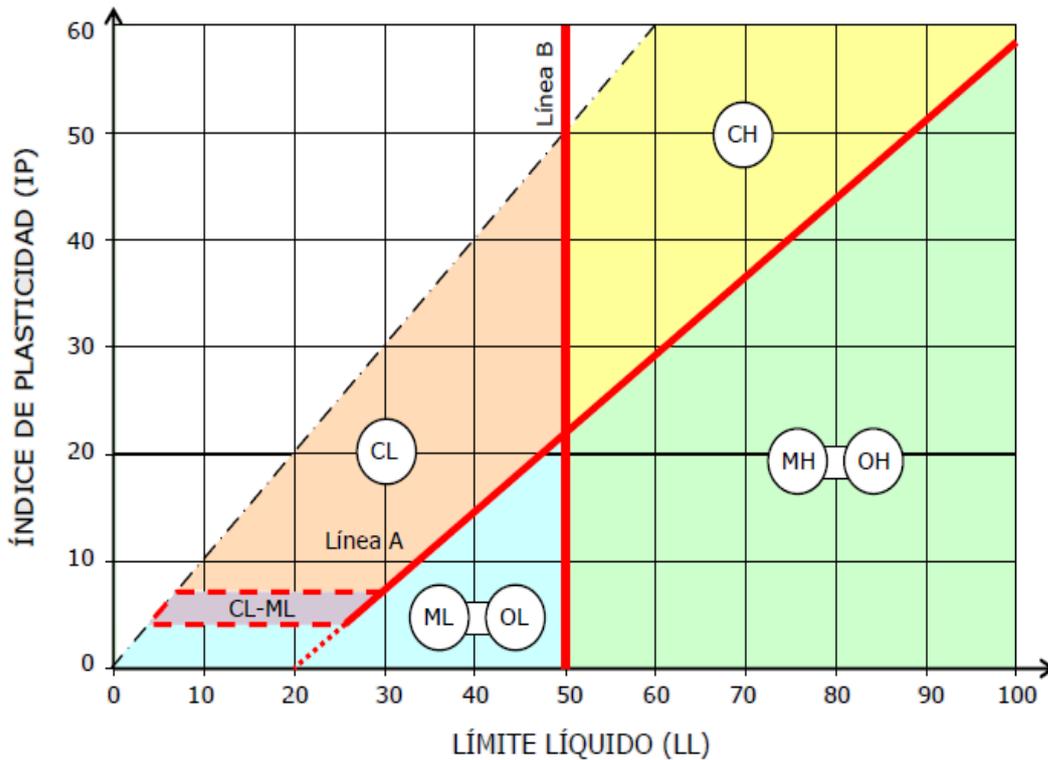


Fig. 2.8. Carta de Casagrande para suelos cohesivos
FUENTE: texto BAÑÓN B. luís; BEVIA G. José: "manual de carreteras tomo 2",

2.4. ENSAYO PROCTOR MODIFICADO (ASTM D 1557)

La compactación no es seguramente el único método de mejora de suelos, aún si es uno de las más económicos y populares. Existen varios otros métodos, por ejemplo: las inyecciones, el congelamiento, la vibro fluctuación, la pre compresión, los drenes, la estabilización con materiales como la cal o las cenizas.

Con la compactación variamos la estructura del suelo y algunas de sus características mecánicas. Algunos de los parámetros que varían con la compactación son: permeabilidad, peso específico y resistencia al corte. A través de la compactación buscamos las propiedades adecuadas para el suelo de una determinada fundación, así como una buena homogenización del mismo, lo cual causará una reducción de la posibilidad de producirse asentamientos diferenciales.

La compactación consiste en un proceso repetitivo, cuyo objetivo es conseguir una densidad específica para una relación óptima de agua, al fin de garantizar las características mecánicas necesarias del suelo. En primer lugar se lanza sobre el suelo natural existente, generalmente en capas sucesivas, un terreno con granulometría adecuada; a seguir se

modifica su humedad por medio de aeración o de adición de agua y, finalmente, se le transmite energía de compactación por el medio de golpes o de presión.

Para esto se utilizan diversos tipos de máquinas, generalmente rodillos lisos, neumáticos, pata de cabra, vibratorios, etc., en función del tipo de suelo y, muchas veces, de su accesibilidad. Con los ensayos se pretende determinar los parámetros óptimos de compactación, lo cual asegurará las propiedades necesarias para el proyecto de fundación. Esto se traduce en determinar cuál es la humedad que se requiere, con una energía de compactación dada, para obtener la densidad seca máxima que se puede conseguir para un determinado suelo.

La humedad que se busca es definida como humedad óptima y es con ella que se alcanza la máxima densidad seca, para la energía de compactación dada. Se define igualmente como densidad seca máxima aquella que se consigue para la humedad óptima.

Es comprobado que el suelo se compacta a la medida en que aumenta su humedad, la densidad seca va aumentando hasta llegar a un punto de máximo, cuya humedad es la óptima. A partir de este punto, cualquier aumento de humedad no supone mayor densidad seca a no ser, por lo contrario, una reducción de esta.

2.4.1. ENSAYO PROCTOR

La diferencia básica entre el ensayo Proctor Normal y el Modificado es la energía de compactación usada. En el Normal se hace caer un peso de 2.5 kilogramos de una altura de 30 centímetros, compactando la tierra en 3 capas con 25 golpes y, en el Modificado, un peso de 5 kilogramo de una altura de 45 centímetros, compactando la tierra en 5 capas con 56 golpes. Esta diferencia se debe a la existencia de modernos equipos de compactación más pesados que permiten densidades más altas en campo.

Existen diferentes Normas que definen estos ensayos, entre la cuales pueden ser destacadas las Normas americanas, ASTM D-698 para el Proctor Normal y ASTM D-1557 para el ensayo de Proctor modificado y la norma brasileña NBR 7182 que se refiere a ambos ensayos.

Por lo tanto, cuando es exigido un suelo compactado al 90% Proctor normal o modificado, significa que la compactación debe alcanzar una densidad seca de por lo menos 90% de la densidad seca máxima obtenida con los ensayos correspondientes.

La compacidad de un suelo es una propiedad importante en carreteras, al estar directamente relacionada con la resistencia, deformabilidad y estabilidad de un firme;

adquiere una importancia crucial en el caso de los terraplenes y todo tipo de relleno en general, en los que el suelo debe quedar lo más consolidado posible para evitar asentamientos causantes de variaciones en la rasante y alabeo de la capa de rodadura durante la posterior explotación de la vía. Una frase que resumiría lo anteriormente dicho sería: “Cuanto más compacto esté un suelo, más difícil será volverlo a compactar.”

2.4.2. INFLUENCIA DE LA HUMEDAD

En la compactación de suelos, la humedad juega un papel decisivo: mientras que un suelo seco necesita una determinada energía de compactación para vencer los rozamientos internos entre sus partículas, el mismo suelo ligeramente húmedo precisará un menor esfuerzo, ya que el agua se comporta como un agente lubricante formando una película alrededor de los granos y disminuyendo la fricción entre ellos.

Si seguimos añadiendo agua al suelo, llegará un momento en el que ésta haya ocupado la totalidad de los huecos del mismo. Este hecho acarreará un aumento de volumen dada la incompresibilidad del líquido elemento y una mayor dificultad para evacuarlo del suelo, por lo que su compactación disminuirá.

De la anterior explicación, se deduce que existirá una humedad óptima con la que se obtenga una densidad seca máxima, para una misma energía de compactación, como observamos en la fig. 2.9.

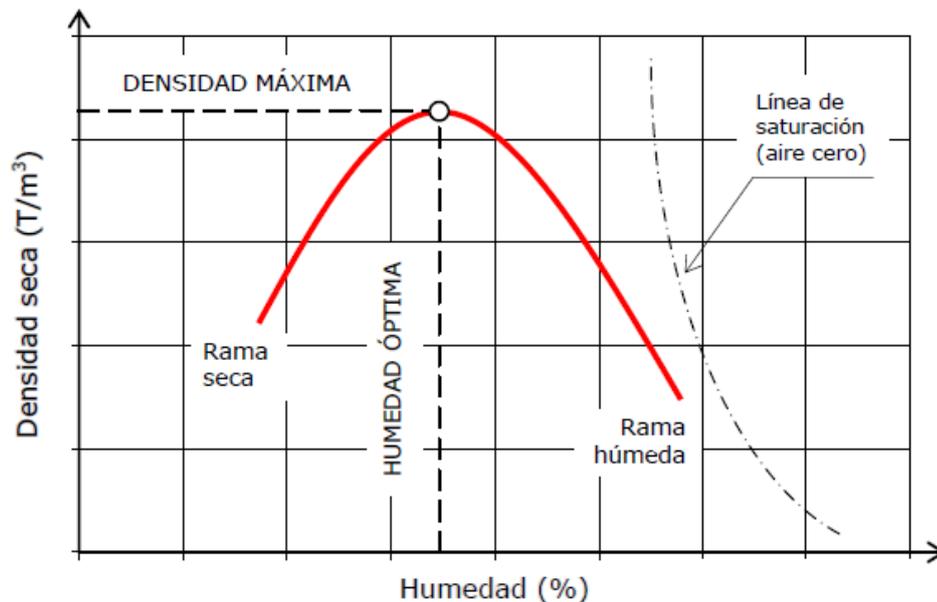


Fig. 2.9. Curva humedad-densidad seca,

FUENTE: “Manual de carreteras tomo 2”, BAÑÓN B. luís; BEVIA G. José; Cap. 15 Pág. 13

2.4.3. INFLUENCIA DEL TIPO DE SUELO

Sabemos que no todos los suelos son iguales ya que la tipología del suelo, concretamente su composición granulométrica, determina la forma de la curva de compactación aunque sí pueden englobarse en dos grandes grupos de comportamiento, como se observa en la fig 2.10

Así, los suelos granulares bien graduados y con bajo contenido en finos obtienen su densidad máxima para valores bajos de humedad. La compactación de este tipo de suelos se realiza desde la “rama seca” de la curva, humectándolos progresivamente hasta llegar al grado de humedad óptimo. Además, presentan una curva aguda, lo que indica su gran sensibilidad a la humedad de compactación. Por el contrario, los suelos arcillosos, limosos o los formados por arenas de granulometría muy uniforme dan curvas tendidas, lo que indica la gran dificultad de compactación que presentan. Suelen compactarse por colapso desde la “rama húmeda”, saturando el suelo en agua para debilitar los enlaces interarticulares.

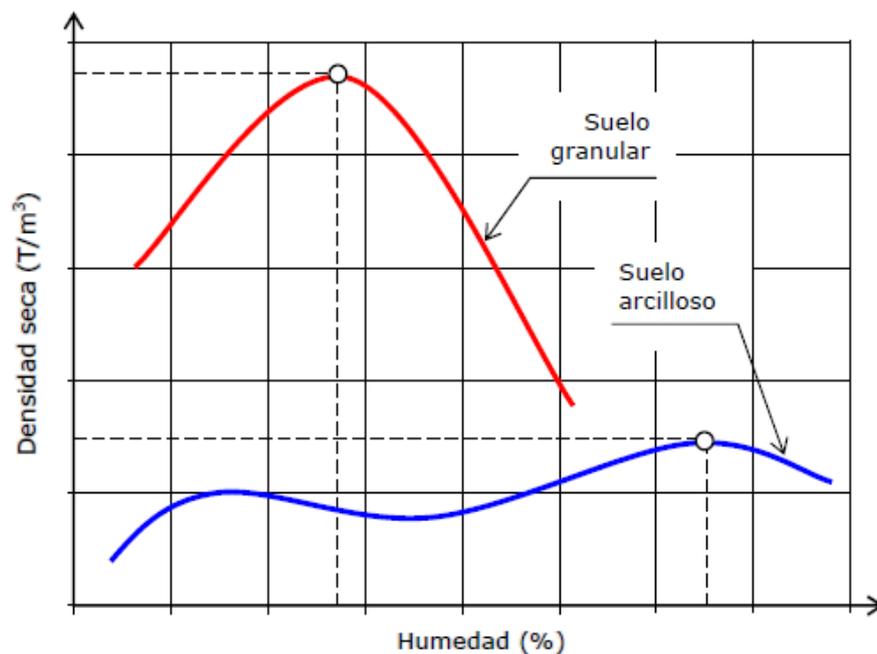


Fig. 2.10. Influencia del tipo de suelo

FUENTE: “Manual de carreteras tomo 2”, BAÑÓN B. luís; BEVIA G. José; Cap. 15 Pág. 15

ENSAYO PROCTOR NORMAL
NLT-107

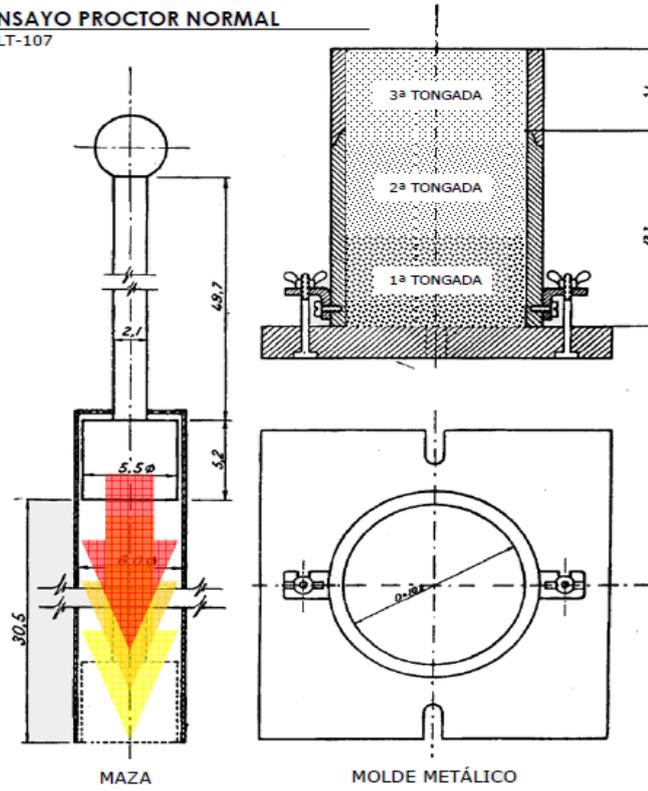


Fig. 2.11. Utensilios empleados en el ensayo de Proctor

FUENTE: "Manual de carreteras tomo 2", BAÑÓN B. Iuís; BEVIA G. José; Cap. 15 Pág. 16

CAPITULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. DISEÑO Y METODOLOGÍA

Cuando hablamos sobre Metodología de la investigación, nos referimos al conjunto de procesos metódicos, es decir sistemáticos, objetivos y medibles, que se pueden relacionar y analizar para realizar una determinada investigación, que consiste en la resolución de un determinado problema que nos propusimos resolver.

3.2. MÉTODO EMPLEADO

El método empleado en esta investigación es del tipo correlacional, ya que se pretende responder a preguntas de las variables independientes tales como el límite líquido, la granulometría (porcentaje que pasa los tamices Nro4, 3/4”).

Este tipo de estudio tiene como propósito conocer la relación que existe entre dos o más conceptos, categorías o variables en un contexto en particular.

En ocasiones se suele analizar solamente la relación entre variables como el Contenido de Humedad Optimo y la Densidad Máxima Seca como variables dependientes y las variables independientes tales como el Límite Líquido y la granulometría (porcentaje que pasa los tamices Nro4, 3/4”).

3.2.1. UTILIDAD

La utilidad principal de este estudio correlacional es saber, cómo se puede comportar un tipo de suelo (grava) o una variable al conocer el comportamiento de otras variables relacionadas a ésta. Es decir intentar predecir los valores que tendrán el Contenido de Humedad Optimo y la Densidad Máxima Seca a partir del valor que poseen en la o las variables relacionadas (independientes).

La correlación puede ser positiva o negativa. Si es positiva, significa que con valores altos en una variable tenderán también a mostrar valores elevados en la otra

variable. Por otro lado si es negativa significa que valores elevados en una variable tenderán a mostrar valores bajos en la otra variable⁷.

Si no hay correlación entre las variables, ello nos indica que estas fluctúan sin seguir un patrón sistemático entre sí, de este modo habrá valores altos en una de las dos variables y bajos en la otra, valores altos en una variable y valores altos en la otra variable, valores bajos en una variable y bajos en la otra y valores medios en las dos variables.

Si dos variables están correlacionadas y se conoce la magnitud de la asociación, se tienen bases para predecir, con mayor o menor exactitud, el valor aproximado que tendrá un grupo de muestras en una variable, al saber qué valor tienen en la otra.

3.3. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Una vez que se precisó el planteamiento del problema, se definió el alcance inicial de la investigación y se formularon las hipótesis, el investigador debe visualizar la manera práctica y concreta de responder a las preguntas de investigación, además de cubrir los objetivos fijados. El diseño constituirá el plan o la estrategia para confirmar si es o no cierto, ese plan incluirá procedimientos y actividades tendientes a encontrar la respuesta a la pregunta de investigación⁸.

- En el laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional del Altiplano, las muestras traídas de las canteras más utilizadas en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro a las cuales se realizó diferentes ensayos de laboratorio como Granulometría, Limite Liquido, Proctor Modificado los cuales deben cumplir con lo propuesto por las siguientes normas y manuales:
 - Manual de Ensayo de Materiales del Ministerio de Transportes y Comunicaciones
 - Especificación General para la Construcción de Carreteras EG-2000 del Ministerio de Transportes y Comunicaciones.
- La Granulometría de los agregados es el ensayo principal, de ella se deriva el ensayo Proctor La cual cumplirá las especificaciones de la EG-2000del Ministerio de Transportes y Comunicaciones.
- Se usó el programa Microsoft Excel para calcular los valores de los ensayos referidos a la granulometría, Limite Liquido y Proctor, también efectuaremos todos los

procedimientos detallados para realizar las posteriores regresiones que serán de forma lineal y polinomial de segundo orden para cada caso particular.

- La muestra será del tipo probabilístico en la cual todos los elementos de la población tienen la misma posibilidad de ser seleccionadas. Las muestras probabilísticas son esenciales en los diseños de investigación transeccionales, tanto descriptivos como correlacionales-causales, donde se pretende hacer estimaciones de variables en la población. Estas variables se miden y se analizan con pruebas estadísticas en una muestra.

3.3.1. LA MEDIA ARITMÉTICA

En matemáticas y estadística, la media **aritmética** (también llamada promedio o simplemente media), de un conjunto finito de números, es igual a la suma de todos sus valores dividida entre el número de sumandos, fórmula (2.1)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} ai}{n} = \frac{a1 + \dots + an}{n} \quad (3.1)$$

3.3.2. LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Es una medida de centralización o dispersión para variables de razón (ratio o cociente) y de intervalo, de gran utilidad en la estadística descriptiva. Junto a la varianza con la que está estrechamente relacionada, es una medida (cuadrática) que informa de la media de distancias que tienen los datos respecto de su media aritmética, expresada en las mismas unidades que la variable, fórmula (3.2)

$$s_y = \sqrt{\frac{S_t}{n-1}} \quad (3.2)$$

Donde S_t es la suma total de los cuadrados de los residuos entre los datos y la media, fórmula (2.3)

$$S_t = \sum (yi - \bar{y})^2 \quad (3.3)$$

Así, si las mediciones individuales están muy espaciadas alrededor de la media S_t (y en consecuencia, S_y) será grande. Si están agrupadas cerca de ella, la desviación estándar será pequeña. El espaciamiento también se puede representar por el cuadrado de la desviación estándar, al cual se le llama la varianza, fórmula (2.4)

$$s^2_y = \frac{S_t}{n-1} \quad (3.4)$$

3.3.3. REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

En el modelo de regresión lineal simple, la función elegida para aproximar la relación entre las variables es una recta, es decir $y_i = a_0 + a_1 x_i$, donde a_0, a_1 son los parámetros. A esta recta la llamaremos recta de regresión de “y” sobre “x”, fórmula (3.9 y 3.10).

$$a_1 = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (3.9)$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} \quad (3.10)$$

Donde \bar{x} y \bar{y} son las medias de “x” y “y” respectivamente.

El coeficiente de correlación es otro parámetro para el estudio de una distribución bidimensional, que nos indica el grado de dependencia entre las variables “x” e “y”. El coeficiente de correlación “r” es un número que se obtiene mediante la fórmula (2.12).

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} \quad (3.12)$$

Donde r^2 es conocido como el coeficiente de determinación

A continuación se muestra, a modo de orientación, como podrían interpretarse los valores de “r”. Vea (Tabla 2.1)

Tabla 3.1. Valores De Coeficiente de Correlación

0.0	a	0.2	Correlación muy débil, despreciable
0.2	a	0.4	Correlación débil. Bajo
0.4	a	0.7	Correlación moderada
0.7	a	0.9	Correlación fuerte, alto, importante
0.9	a	1.0	Correlación muy fuerte, muy alto

Fuente: texto Metodología de la Investigación, Roberto Hernández Sampieri,
 Carlos Fernández Collado, Pilar Baptista Lucio págs. 439 y 453.

3.3.4. REGRESIÓN DE POLINOMIOS

Cuando la tendencia de los puntos dispersos no ajusta bien a una recta entonces se debe optar por otro tipo de función.

El procedimiento de Mínimos Cuadrados se puede fácilmente extender al ajuste de datos con un polinomio cuadrático, fórmula (3.14)

$$y_i = a_0 + a_1x + a_2x^2 + e \quad (3.14)$$

Para este caso la suma de los cuadrados de los residuos es: fórmula (3.15).

$$S_r = \sum_{i=1}^{i=n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_{i,medida} - y_{i,modelo})^2 = \sum_{i=1}^{i=n} (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2 \quad (2.15)$$

Siguiendo el procedimiento de la regresión lineal simple, tomamos la derivada de la ecuación con respecto a cada uno de los coeficientes desconocidos del polinomio.

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = 0$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = 0 = -2 \sum (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = 0 = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)] x_i$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = 0 = -2 \sum [(y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)] x_i^2$$

Ahora si hacemos que $\sum a_0 = na_0$ podemos expresar las ecuaciones como un conjunto de dos ecuaciones lineales con tres incógnitas (a_0 , a_1 y a_2)

Vea, fórmula (2.16).

$$na_0 + (\sum x_i)a_1 + (\sum x_i^2)a_2 = \sum y_i$$

$$(\sum x_i)a_0 + (\sum x_i^2)a_1 + (\sum x_i^3)a_2 = \sum x_i y_i$$

$$(\sum x_i^2)a_0 + (\sum x_i^3)a_1 + (\sum x_i^4)a_2 = \sum x_i^2 y_i$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

El Error Estándar Del Estimado Se Formula Como

Vea fórmula (2.17 y 2.18).

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{s_r}{n-2}} \quad (3.17)$$

$$s_{y/x} = \sqrt{\frac{Sr}{n-(m+1)}} \quad (3.18)$$

Dónde: $s_{y/x}$ Es llamado el error estándar del estimado, la notación del subíndice “y/x” designa que el error es para un valor predicho de y correspondiente a un valor particular de x. El error estándar de la estimación cuantifica la dispersión de los datos. Sin embargo, $s_{y/x}$ cuantifica la dispersión alrededor de la línea (fórmula 3.17) y la parábola (fórmula 3.18) de regresión en contraste con la desviación estándar original s_y que cuantifica la dispersión alrededor de la media.

- Finalmente se compararán los resultados obtenidos de la forma lineal y polinomial de segundo orden, los resultados los expondremos en las conclusiones.

3.4. TAMAÑO DE MUESTRA

La teoría del muestreo es un estudio de las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma, tiene gran interés en muchos aspectos de la estadística, por ejemplo permite estimar cantidades desconocidas de la población (como la media poblacional, la desviación estándar, la varianza, etc.) frecuentemente

llamadas parámetros poblacionales o brevemente parámetros, a partir del conocimiento de las correspondientes cantidades muestrales (tales como la media muestral, la desviación muestral, varianza, etc.) a menudo llamadas estadísticos muestrales o brevemente estadísticos.

El texto “Metodología de la investigación Roberto Hernández, Carlos Fernández y Pilar Baptista” (pág. 260) indica en el caso de los experimentos la muestra representa el balance entre un mayor número de casos y el número que podamos manejar, recordemos que algunas pruebas estadísticas exigen 15 casos como mínimo por grupo de comparación.

El texto “ESTADISTICA de Murray R. Spiegel (pág. 142)” indica, para valores grandes de $N(N \geq 30)$ la distribución muestral de medias se aproxima a una distribución normal con media μ_x y desviación típica σ_x independientemente de la población de que se trate (siempre que la media y la varianza poblacional sean finitas). Este resultado en una población infinita es un caso especial del teorema del límite central de teoría de probabilidad superior, que demuestra que la aproximación es tanto mejor conforme N se hace mayor. Esto se indica diciendo que la distribución muestral es asintóticamente normal. *EN CASO DE QUE LA POBLACIÓN SE DISTRIBUYA NORMALMENTE, LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL DE MEDIAS SE DISTRIBUYE TAMBIÉN NORMALMENTE, INCLUSO PARA PEQUEÑOS VALORES DE N (ES DECIR $N < 30$)*

Lo descrito en los párrafos arriba mencionados del texto METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN de Hernández, Fernández y collado y ESTADISTICA de Murray Spiegel, ambos consideran un mínimo de ensayos (muestras).

Teniendo en nuestra base de datos la cantidad de 20 muestras (ensayos) y aplicando el tema de Distribuciones Muestrales del texto ESTADISTICA de Murray R. Spiegel, definido en el acápite arriba indica que para poblaciones pequeñas no necesariamente tiene que ser una cantidad considerable superior al $N \geq 30$, sin embargo es necesario e indispensable verificar la muestra la cual tendrá la configuración de la distribución normal o la Campana de Gauss Jordan de lo contrario no podrá usarse tal cantidad de muestras.

Lo definido en párrafos arriba nos permite el uso de muestras pequeñas, siempre y cuando estas garanticen y cumplan con la ecuación de la Distribución Normal, para lo cual se hicieron análisis para determinar si para 20 muestras, su distribución se asemeja a una distribución normal (Campana de Gauss), hecho los análisis (**anexo Nro02**) obtuvimos que con nuestros 20 datos si se asemeja a una distribución Normal, por lo que definimos como el tamaño de muestra a 20 ensayos.

3.5. MUESTRA SELECCIONADA

Para realizar los diferentes ensayos propuestos en la presente Investigación denominada “**Aplicación del método de Regresiones como Alternativa Para Determinar el Contenido de Humedad Optimo (CHO) y la Densidad limite Seca (DLS) para la Conformación de Sub-Bases de Pavimentos utilizados en la Provincia de Azangaro, Región Puno 2015**”

Se extrajo material de las calicatas más representativas, las más utilizadas en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro, hablamos de las canteras de las comunidades de CHUPA PUCA CHUPA, su ubicación se muestra en el anexo Nro01, de los cuales se extrajo material que se usa para la conformación de pavimentos específicamente nos referimos a la capa Sub base granular el cual debe cumplir una gradación según la EG-2013, según se observa en la Tabla 3.1 de manera que nuestra granulometría deba estar dentro de la franja denominada **Gradación A**, ya que Puno se encuentra a mayor altitud que 3000msnm, de esta forma se realizó ensayos en el laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil, entre estos ensayos mencionamos a los siguientes; Granulometría, Límite Líquido y Proctor para determinar datos (valores) con los cuales se pueda analizar y hacer regresiones.

Al analizar las canteras de estudio obtuvimos que están constituido por Gravas, Arenas y limos a esta composición física se denomina como agregados, estos agregados empleados en la construcción de carreteras, deben cumplir con requisitos de granulometría (Gradación A) y especificaciones de calidad, que garanticen un buen comportamiento durante su periodo de vida. A su llegada al laboratorio, las muestras extraídas de canteras se las prepara para someterlas a diferentes ensayos de calidad de agregados como parte de la estructura del pavimento.

Tabla 3.1. Requerimientos Granulométricos para Sub-base Granular

Tamiz	Porcentaje que Pasa en Peso			
	Gradación A (1)	Gradación B	Gradación C	Gradación D
50 mm. (2")	100	100	-	-
25 mm. (1")	-	75-95	100	100
9,5 mm. ($\frac{3}{8}$ ")	30-65	40-75	50-85	60-100
4,75 mm. (N.º 4)	25-55	30-60	35-65	50-85
2,0 mm. (N.º 10)	15-40	20-45	25-50	40-70
425 µm. (N.º 40)	8-20	15-30	15-30	25-45
75 µm. (N.º 200)	2-8	5-15	5-15	8-15

(1) La curva de Gradación "A" deberá emplearse en zonas cuya altitud sea igual o superior a 3000 msnm.

Fuente: Especificaciones Técnicas Generales para Construcción (EG-2013) pág. 360

Para este propósito se tuvo en cuenta los siguientes manuales y normas:

- ✓ Manual de Ensayo de Materiales del Ministerio de Transportes y Comunicaciones
- ✓ Especificación General para la Construcción de Carreteras EG-2000 del Ministerio de Transportes y Comunicaciones.

3.5.1. DATOS OBTENIDOS

Se tomó 20 muestras a las cuales se le realizó ensayos como: Granulometría, Limite líquido y Proctor Modificado y se obtuvo los datos que se muestran a continuación en la tabla 3.2

Tabla 3.2. Resultados obtenidos de los ensayos hechos en el laboratorio de Mecánica de Suelos y Materiales

	Granulometría (% que pasa)							LL(%)	PROCTOR	
	1pulg	3/4	3/8	Nº4	Nº10	Nº40	Nº200		DMS	CHO
M-1	84,00	78,00	64,00	54,00	39,00	19,00	7,00	17,40	2,15	8,20
M-2	84,00	78,00	64,00	54,00	39,00	19,00	7,00	17,30	2,14	8,10
M-3	82,00	77,00	60,00	52,00	38,00	17,00	6,00	17,67	2,14	7,71
M-4	84,60	76,45	59,41	45,14	27,21	16,64	5,80	17,20	2,15	7,80
M-5	79,00	73,00	50,00	40,00	33,00	18,00	7,50	18,16	2,15	8,20
M-6	82,22	73,26	54,58	38,25	27,15	16,08	5,14	17,32	2,15	7,70

M-7	78,77	72,69	48,25	38,12	26,45	13,23	4,98	17,39	2,15	7,20
M-8	78,12	72,15	48,52	37,98	25,16	13,47	5,48	17,52	2,15	7,12
M-9	72,51	71,12	36,24	28,84	17,48	9,97	2,84	16,63	2,18	6,25
M-10	79,00	73,00	50,00	40,00	27,50	14,00	5,00	17,41	2,15	7,00
M-11	79,00	73,00	50,00	40,00	27,50	14,00	5,00	17,64	2,15	7,30
M-12	73,21	70,56	40,02	29,65	18,16	10,15	4,17	16,69	2,17	6,10
M-13	81,64	76,54	59,12	51,26	37,48	15,15	6,45	17,31	2,14	7,90
M-14	77,14	71,11	49,65	39,65	32,87	16,54	6,10	17,42	2,15	7,40
M-15	77,63	73,02	39,65	26,54	22,14	13,08	3,75	16,95	2,16	7,00
M-16	77,00	72,50	39,00	30,00	22,00	12,00	3,00	17,17	2,14	7,00
M-17	76,00	72,00	35,00	27,00	18,00	10,00	3,00	16,65	2,17	6,40
M-18	76,51	72,68	35,97	27,49	19,21	12,16	4,51	16,57	2,16	6,45
M-19	79,00	70,00	35,00	27,00	17,00	9,00	3,00	16,70	2,17	6,10
M-20	79,00	70,00	35,00	27,00	17,00	9,00	3,00	16,70	2,18	6,00

CAPITULO IV

ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.2. COMPARACIÓN DE LA REDUCCIÓN DE COSTOS Y TIEMPOS

Como se observa en la Cuadro 4.1, tenemos una diferencia entre ambos métodos tanto en tiempo (duración en días) como también en Costo Unitario de los ensayos que se requieren en la investigación, vale decir las variables tomadas para esta tesis.

Para los costos unitarios de cada ensayo se tomó de referencia los costos que están vigentes en el Laboratorio de Mecánica de Suelos

Cuadro 4.1. Comparación de Costos Unitarios entre el Método Tradicional y el Método Investigado

Tipo de Ensayo	MÉTODO TRADICIONAL		MÉTODO INVESTIGADO	
	Duración en días	Costo Unitario s/.	Duración en días	Costo Unitario s/.
Contenido de Humedad	1	5.00	0	0.00
Análisis Granulométrico	2	30.00	2	30.00
Límites de Consistencia	1	35.00	1	35.00
Proctor Modificado	2	70.00	0	0.00
TOTAL	6	140.00	3	65.00

Partiendo de que la investigación trata de encontrar valores de CHO y DMS (ensayo Proctor), a través de otros ensayos como: Análisis Granulométrico y Límites de Consistencia, entonces decimos que para el método investigado tanto en tiempo como en costo será de cero para lo que se refiere al ensayo

Proctor, puesto que los parámetros de DMS y CHO los calcularemos reemplazando en las fórmulas que se obtuvieron en esta tesis, para lo cual es indispensable tener resultados del Análisis Granulométrico y Límites de Consistencia

Comparando ambos métodos tenemos que tanto en tiempo y costo la reducción es al 50%. Lo que significa que los valores de CHO y DMS se obtendrán en la mitad de tiempo y su costo también se reducirá a menos de la mitad.

4.3. VALIDACIÓN DE LAS ECUACIONES

A continuación se muestran las ecuaciones que planteamos en la investigación.

Para el CHO:

- Análisis Nro. 01: $y = 4,13 + 0,218 x \dots\dots\dots(1)$

(Donde x es el pasante del tamiz Nro. 40)

- Análisis Nro. 02: $y = 4,28 + 0,012 x \dots\dots\dots(2)$

(Donde x es el pasante del tamiz Nro. 40 *LL(%))

Para la DMS:

- Análisis Nro. 07: $y = 4,136 + (-0,003X) + 0,000001 X^2 \dots\dots\dots(3)$

(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *LL(%))

- Análisis Nro. 08: $y = 2,493 + (-0,001X) + 0,0000009 X^2 \dots\dots\dots(4)$

(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *CHO)

Para poder verificar los resultados tanto de DMS y CHO, se debe tener en cuenta la gradación que especifica la EG-2000, nos referimos a que la granulometría este dentro de las especificaciones según la EG-2000. Para lo cual tomaremos datos de del proyecto: **Mejoramiento De La Infraestructura Vial Urbana Del Jr. Francisco Bolognesi 1ra Y 2da Cuadra De Jr José Carlos Mariátegui Distrito De Azángaro - Azángaro – Puno** , en la cual existen gradaciones que cumplen con las especificaciones de Sub-Base según la EG-2000, como se observa en el **Cuadro 4.2.**

Cuadro 4.2. Recopilación de Datos de Ensayos

Proyecto : Mejoramiento De La Infraestructura Vial Urbana Del Jr. Francisco Bolognesi 1ra Y 2da Cuadra De Jr José Carlos Mariátegui Distrito De Azángaro - Azángaro – Puno "					
PROGRESIVA	Pas Nro 40	Pase 3/4"	LL(%)	CHO(%)	DMS(gr/cc)
KM 28+760	14.00	67.57	0.00	5.90	2.24
KM 28+860	17.85	79.95	0.00	7.19	2.21
KM 28+960	16.76	74.65	0.00	5.95	2.28
KM 27+400	11.51	68.17	0.00	5.60	2.26
KM 27+000	12.96	74.25	0.00	5.70	2.23
KM 27+200	13.66	70.25	0.00	5.26	2.25

FUENTE: Proyecto : Mejoramiento De La Infraestructura Vial Urbana Del Jr. Francisco Bolognesi 1ra Y 2da Cuadra De Jr José Carlos Mariátegui Distrito De Azángaro - Azángaro – Puno "

Para poder validar las ecuaciones que se plantean, procederemos a reemplazar los valores de la progresiva **km 28+860** del Cuadro 4.2. a las ecuaciones (1) y (4).

Para el CHO:

- Análisis Nro. 01: $y = 4,13 + 0,218 x \dots\dots\dots(1)$

(Donde x es el pasante del tamiz Nro. 40)

Si: $x = 17.85$ (pasante del tamiz Nro. 40)

Reemplazando en (1)

$$y = 4,13 + 0,218(17.85)$$

$$y = \mathbf{8.02}$$
 (Valor del CHO)

Para la DMS:

- Análisis Nro. 08: $y = 2,493 + (-0,001X) + 0,0000009 X^2 \dots\dots\dots(4)$

(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *CHO)

Si: $x = (79.95)*(7.19)$ entonces: $x = 574.84$ (pasante del tamiz 3/4" *CHO)

Reemplazando en (4)

$$y = 2,493 + (-0,001)(574.84) + (0,0000009)(574.84)^2$$

$$y = 2.22 \text{ (Valor de DMS)}$$

En el **Cuadro 4.3**, se muestra los resultados de ensayos obtenidos en la tesis antes mencionada como también los resultados obtenidos al reemplazar datos en las ecuaciones (1) y (4). Como se aprecia no se utilizó las ecuaciones (2) y (3) ya que en la tesis encontrada no se obtuvo valores de LL(%).

Cuadro 4.3. Verificación de resultados con otros datos

<i>Proyecto : Mejoramiento De La Infraestructura Vial Urbana Del Jr. Francisco Bolognesi 1ra Y 2da Cuadra De Jr José Carlos Mariátegui Distrito De Azángaro - Azángaro – Puno</i>						Resultados obtenidos reemplazando datos en ecuaciones 1 y 4	
						CHO	DMS
PROGRESIVA	Pas Nro. 40	Pase 3/4"	LL(%)	CHO(%)	DMS(gr/cc)	(1)	(4)
KM 28+760	14.00	67.57	0.00	5.90	2.24	7.18	2.24
KM 28+860	17.85	79.95	0.00	7.19	2.21	8.02	2.22
KM 28+960	16.76	74.65	0.00	5.95	2.28	7.78	2.23
KM 27+400	11.51	68.17	0.00	5.60	2.26	6.64	2.24
KM 27+000	12.96	74.25	0.00	5.70	2.23	6.96	2.23
KM 27+200	13.66	70.25	0.00	5.26	2.25	7.11	2.25

Finalmente apreciamos en el cuadro 4.3 que el valor del CHO se obtuvo de reemplazar en la ecuación (1) y los resultados de la DMS se obtuvieron de reemplazar en la ecuación (4).

Observamos también que la diferencia entre el resultado del CHO y el resultado obtenido con la fórmula difiere en aproximadamente en 1%, mientras que la DMS calculada en la tesis de referencia y la DMS encontrada con la fórmula planteada son exactamente iguales.

4.4. PRUEBA DE HIPÓTESIS

Hernández S. Roberto, Fernández C. Carlos y Baptista L. Pilar (1996; pág. 443, 452-455) sostienen, una hipótesis en el contexto de la Estadística Inferencial es una proposición respecto a uno o varios parámetros, y lo que el investigador hace por medio de la **prueba de hipótesis** es determinar si la hipótesis es congruente con los datos obtenidos en la muestra.

La hipótesis se retiene como un valor aceptable del parámetro, si es congruente con los datos, si no lo es, se rechaza (pero los datos no se descartan).

Hay dos tipos de análisis estadístico que pueden realizarse para probar hipótesis: los análisis paramétricos y los no paramétricos. Cada tipo posee sus características y presuposiciones que lo sustentan.

Para realizar análisis paramétricos debe partirse de los siguientes supuestos.

1. La distribución poblacional de la variable dependiente es normal: el universo tiene una distribución normal.
2. El nivel de medición de la variable dependiente es por intervalos o razón.
3. Cuando dos o más poblaciones son estudiadas, tienen una varianza homogénea: las poblaciones en cuestión poseen una dispersión similar en sus distribuciones

Las pruebas estadísticas paramétricas más utilizadas son:

- Coeficiente de correlación de Pearson y regresión lineal
- Prueba t
- Prueba de contraste de la diferencia de proporciones
- Análisis de varianza unidireccional (ANOVA oneway)
- Análisis de varianza factorial (ANOVA)
- Análisis de covarianza (ANOVA)

Para la prueba de las Hipótesis utilizaremos el Coeficiente de correlación de Pearson, ya que este método es usado para probar hipótesis de forma correlacional, este método consiste en obtener valores de correlación entre variables, el cual se explica de mejor manera a continuación.

Coeficiente de correlación de Pearson

Definición.- Es una prueba estadística para analizar la relación entre dos variables medidas en un nivel por intervalos o de razón.

Se Simboliza: “r”

Hipótesis a probar: *Correlacional*, del tipo de “A mayor X, mayor Y”, “A mayor X, menor Y”, “altos valores en X están asociados con altos valores en Y”, “altos valores en X se asocian con bajos valores de Y”

Interpretación: El coeficiente “r” de Pearson puede variar de -1.00 a +1.00, donde:

-1.00 = Correlación negativa perfecta

- 0.50 = Correlación negativa media
- 0.00 = No existe Correlación
- +0.50 = Correlación positiva media
- +0.90 = Correlación positiva muy fuerte
- +1.00 = Correlación positiva perfecta

Consideraciones: cuando el coeficiente “r” de Pearson se eleva al cuadrado (r^2), se obtiene el coeficiente de determinación y el resultado indica la varianza de factores comunes. Esto es, el porcentaje de variación de una variable debido a la variación de la otra variable y viceversa (o cuanto explica o determina una variable la variación de la otra).

Veamos gráficamente la siguiente figura.

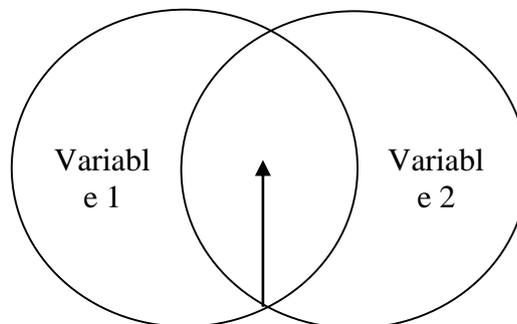


Fig. 4.1. La intersección se denomina Varianza compartida (r^2).
FUENTE: Hernández S. Roberto, Fernández C. Carlos y Baptista L. Pilar Editorial Interamericana 2006 pág. 455

Realizamos las respectivas pruebas de hipótesis planteadas en el **CAPÍTULO I**

PRUEBA DE HIPÓTESIS GENERAL

Hi: Empleando regresiones como método alternativo, podremos determinar el **Contenido de Humedad Optimo, la Densidad Máxima Seca** y también la **reducción de costos para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.**

Para esta hipótesis utilizaremos la prueba del **Coefficiente de correlación de Pearson**, sin embargo observamos que ambas variables que están involucradas en esta hipótesis son dependientes, las cuales tienen una correlación con otras variables independientes.

- Contenido de Humedad Optimo
- Densidad Máxima Seca

Según las pruebas realizadas a las hipótesis específicas determinamos que:

1. En todos los casos de regresiones tanto de tipo lineal como también del tipo polinomial de segundo grado quedó en evidencia que las correlaciones del tipo polinomial de segundo grado dan mejores resultados, es decir mayores a 0.90,

que según Pearson están en el rango de Correlación positiva muy fuerte a perfecta.

0.90 = Correlación positiva muy fuerte

1.00 = Correlación positiva perfecta

2. De la hipótesis H_{i1} (hipótesis específica) **El método alternativo en relación a las propiedades mecánicas del suelo, límite líquido y granulometría determina el Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.**

RESULTADO 1: Al apreciar El Análisis Nro. 02 (pág. 53 y 54) se observa los cálculos para determinar el coeficiente de correlación entre el material pasante del tamiz Nro.40xLL(%) y el CHO, calculándose un coeficiente de correlación de $r = 0.97$.

RESULTADO 2: Al apreciar El Análisis Nro. 07 (pág. 65-67) se observa los cálculos para determinar el coeficiente de correlación entre el material pasante del tamiz 3/4xLL (%) y DMS, calculándose un coeficiente de correlación de $r = 0.93$

Evidentemente en ambos Resultados observamos que tanto la granulometría y el limite liquido están relacionados para determinar el CHO y DMS teniendo correlaciones muy fuertes, por lo tanto se acepta la hipótesis.

PRUEBAS DE HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

HIPÓTESIS ESPECÍFICA Nro. 01

- H_{i1} :** El método alternativo en relación a las propiedades mecánicas del suelo, límite líquido y granulometría determina el Contenido de Humedad Optimo y Densidad Máxima Seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

RESULTADO H_{i1-1} : Al apreciar El Análisis Nro. 02 (pág. 53 y 54) se observa los cálculos para determinar el coeficiente de correlación entre el material pasante del tamiz Nro. 40xLL (%) y el CHO, calculándose un coeficiente de correlación de $r = 0.97$.

RESULTADO Hi1-2: Al apreciar El Análisis Nro. 07 (pág. 65-67) se observa los cálculos para determinar el coeficiente de correlación entre el material pasante del tamiz 3/4xLL (%) y DMS, calculándose un coeficiente de correlación de $r = 0.93$

En ambos Resultados observamos que tanto la granulometría y el limite liquido están relacionados para determinar el CHO y DMS teniendo correlaciones muy fuertes, por lo tanto se acepta la hipótesis.

HIPÓTESIS ESPECÍFICA Nro. 02

Hi2: El Limite Liquido está relacionado íntimamente al contenido de humedad óptimo del método alternativo, para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

RESULTADO Hi2-1: Observamos el **anexo Nro03** para determinar la correlación existente entre LL (%) y CHO, obteniendo un coeficiente de correlación $r = 0.81$, por lo cual según **Pearson** consideramos en el rango de correlación considerable a muy fuerte

Por lo tanto vemos que el limite liquido si está íntimamente relacionado para calcular CHO por lo que se acepta la hipótesis.

HIPÓTESIS ESPECÍFICA Nro 03

Hi3: En el método alternativo, la granulometría determina la Densidad Máxima Seca para la conformación de sub-bases de pavimentos en el Distrito de Azángaro, Provincia de Azángaro.

RESULTADO Hi3-1: Observamos el **análisis Nro03** (pág. 55-56) para determinar la correlación existente Pasante del tamiz 3/4(granulometría) y DMS, obteniéndose un coeficiente de correlación de 0.66, el cual según **Pearson** consideramos en el rango de correlación media a considerable.

Por lo tanto vemos que la granulometría determina la Densidad Máxima Seca por lo que se acepta la hipótesis.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES

En la presente investigación denominada “Aplicación de la Técnica de Regresiones como Alternativa Para Determinar el contenido de Humedad Optimo (CHO) y la densidad máxima seca (DMS) para la conformación de sub-bases de pavimentos utilizados en la provincia de Azangaro, Región Puno 2015”, se llegó a las siguiente conclusiones:

5.1.1. PRIMERO

Para calcular el CHO se hizo cuatro análisis con las variables obtenidas, nos referimos a los análisis Nros 01, 02, 05 y 06. Los análisis Nros 01 y 02 se hicieron con regresión de forma lineal obteniéndose resultados satisfactorios para ambos análisis con un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.93$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.97$ que indica una correlación alta, muy fuerte, para lo cual se usó variables como pasante del tamiz Nro40, y LL(%).

En los análisis Nros 05 y 06 se hicieron con una regresión polinómica obteniéndose resultados muy próximos a los análisis anteriores, para el Análisis Nro. 05 se determinó un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.91$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.95$. Mientras que para el análisis Nro. 06 se determinó un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.94$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.97$ lo cual indica una correlación alta, muy fuerte, para lo cual se usó las misma variables como pasante del tamiz Nro40, y LL(%).

5.1.2. SEGUNDO

Para calcular la DMS se hizo también cuatro análisis con las variables obtenidas, nos referimos a los análisis Nros 03, 04, 07y 08. Los análisis Nros 03 y 04 se hicieron con regresión de forma lineal obteniéndose los siguientes resultados para el análisis Nro. 03 se determinó con un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.44$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.67$ que indica una correlación moderada, mientras que para el análisis Nro. 04 se determinó con un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.74$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.86$,lo que indica también una correlación moderada para lo cual se usó variables como pasante del tamiz 3/4" y CHO.

En los análisis Nros 07 y 08 se hicieron con una regresión polinómica obteniéndose los siguientes resultados, para Análisis Nro. 07 se determinó un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.86$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.93$. Mientras que para el análisis Nro. 08 determino un coeficiente de determinación de $r^2 = 0.87$ y su coeficiente de correlación de $r = 0.93$ lo que indica una correlación alta, muy fuerte, para lo cual se usó las misma variables como pasante del tamiz 3/4", LL(%) y CHO.

5.1.3. TERCERO

Para el cálculo del CHO se obtuvo ecuaciones lineales y polinómicas como se observa a continuación:

- Análisis Nro. 01: $y = 4.13 + 0.218 x$ pág. 52
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40)
- Análisis Nro. 02: $y = 4,28 + 0,012 x$ pág. 54
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40 *LL(%))
- Análisis Nro. 05: $Y= 3.113 + 0.371 X + (-0.006 X^2)$ pág. 60
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40)
- Análisis Nro. 06: $Y= 3.515 + 0.019 X + (-0.00001 X^2)$ pág. 63
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40 *LL(%))

Para el cálculo de la DMS también se obtuvo ecuaciones lineales y polinómicas como se ve a continuación:

- Análisis Nro 03 : $y = 2,443 + (-0,004 x)$ pág. 56
(Donde x es el pasante del tamiz 3/4")
- Análisis Nro 04: $y = 2,26 + (-0,0002 x)$ pág. 58
(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *CHO)
- Análisis Nro 07: $y = 4,136 + (-0,003X) + 0,000001 X^2$ pág. 66
(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *LL(%))
- Análisis Nro 08: $y = 2,493 + (-0,001X) + 0,0000009 X^2$ pág. 69

(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *CHO)

5.1.4. CUARTO

Finalmente las ecuaciones que se pueden utilizar serán las que tengan un Coeficiente de determinación y un Coeficiente de correlación cercano a 1. Por lo tanto para el cálculo del CHO y DMS que es el objetivo de esta investigación proponemos las siguientes ecuaciones:

Para el CHO:

- Análisis Nro. 01: $y = 4,13 + 0,218 x$ pág. 52
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40)
 $r^2 = 0.95$ y $r = 0.97$

- Análisis Nro. 02: $y = 4,28 + 0,012 x$ pág. 54
(Donde x es el pasante del tamiz Nro 40 *LL(%))
 $r^2 = 0.94$ y $r = 0.97$

Para la DMS:

- Análisis Nro 07: $y = 4,136 + (-0,003X) + 0,000001 X^2$ pág. 66
(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *LL(%))
 $r^2 = 0.86$ y $r = 0.93$

- Análisis Nro 08: $y = 2,493 + (-0,001X) + 0,0000009 X^2$ pág. 69
(Donde x es el pasante del tamiz 3/4" *CHO)
 $r^2 = 0.87$ y $r = 0.94$

5.1.5. QUINTO

Se puede comprobar en todos los casos analizados, que para el cálculo del CHO los resultados obtenidos que las regresiones lineales tienen mayor coeficiente de correlación en comparación de las regresiones polinómicas.

Mientras que para calcular la DMS los resultados obtenidos de las regresiones polinómicas tienen mayor coeficiente de correlación en comparación de las regresiones lineales.

También podemos ver que:

- La dispersión de los puntos se adaptan con mayor exactitud a la regresión de forma polinómica en todos los casos analizados, para el cálculo de la DMS.
- La dispersión de los puntos se adaptan con mayor exactitud a la regresión de forma lineal en todos los casos analizados, para el cálculo del CHO.

BIBLIOGRAFÍA.

- ✓ BAÑÓN B. Iuís; BEVIA G. José; "manual de carreteras tomo 2", Editor Ortiz e Hijos, Contratista de Obras, S.A, España 2000
- ✓ BOWLES E. Joseph; "Manual de Laboratorio de Suelos en Ingeniería Civil" Volumen I Editorial McGraw-Hill Latinoamericana S.A Bogotá. Colombia Traducido de la segunda edición de Engineering Properties of Soils and their Measurements
- ✓ BRAJA M. Das, "Principios de Ingeniería de Cimentaciones" California state University; Ed. International thomsom editores s.a. de c.v. 2001
- ✓ CHARAJA O. Midward; "estadística para proyectos", Universidad Nacional del Altiplano; Diplomado-Identificación, Formulación y Evaluación de Proyectos de Inversión Pública (SNIP) puno, (2009).
- ✓ CÓRDOVA Z. Manuel; "Estadística Descriptiva e Inferencial", Pontificia Universidad Católica del Perú. Ed. Moshera SRL Lima, Perú (2001).
- ✓ HERNÁNDEZ S. Roberto, FERNÁNDEZ C. Carlos y BAPTISTA L. Pilar; "Metodología de la investigación cuarta edición", Ed. McGraw-Hill, México (1998).
- ✓ JUÁREZ B. Eulalio, RICO R. Alfonso;" Mecánica de Suelos-tomo I" Ed. Limusa, Grupo Noriega Editores, México, (1998).
- ✓ MOYA C. Rufino, "estadística descriptiva"; Universidad del Callao; Ed. San Marcos.
- ✓ MURRAY R. Spiegel; "Serie Schaum-Estadística"; Ed. McGraw-hill latinoamericana, s.a. de c.v. (1979)
- ✓ NIEVES H. Antonio, DOMINGUES S. Federico C; "Métodos Numéricos Aplicados a la Ingeniería-segunda reimpresión" Academias de Matemáticas Aplicadas-ESIQIE IPN; Ed. Compañía Editorial Continental, s.a. de c.v. México (1997)
- ✓ ORDOÑEZ H. Abel; MINAYA G. Silene; "Diplomado en: Diseño, Construcción y Supervisión de Proyectos en Pavimentos Asfálticos"; Universidad Nacional de Ingeniería (2005).
- ✓ VALLE R. Raúl; "carreteras calles y aeropistas" Caracas 1976
- ✓ STEVEN C. Chapra, CANALE P. Raymond, "Métodos Numéricos para Ingenieros-tercera edición" Ed. McGraw-Hill interamericana editores SA. de CV, (1999).
- ✓ páginas de consulta en internet:
 - www.construaprende.com
 - <http://es.wikipedia.org/wiki/%c3%ada>

- www.cartesia.org/geodoc/ingegraf2005/t3.pdf
- www.mhhe.com/engcs/general/chapra/
- <http://www.monografias.com/trabajos16/principio-de-incertidumbre/principio-de-incertidumbre.shtml>

ANEXOS

ANEXO 01: CANTERAS UTILIZADAS

Cantera Nro. 01:

- Cantera : HUERTA
- Ubicación : Azángaro - Saytacochoa km 14-10, lado derecho
- Acceso : km 6
- Tesis : “APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIONES PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE HUMEDAD OPTIMO Y LA DENSIDAD LIMITE SECA PARA LA CONFORMACIÓN DE SUB-BASES DE PAVIMENTOS UTILIZADOS EN EL DISTRITO DE AZÁNGARO, PROVINCIA DE AZÁNGARO-2015”

Cantera Nro. 02:

- Cantera : CHUPA PUCA CHUPA
- Ubicación : Carretera Azangaro – Juliaca
- Acceso : 500m
- Tesis : “APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIONES PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE HUMEDAD OPTIMO Y LA DENSIDAD LIMITE SECA PARA LA CONFORMACIÓN DE SUB-BASES DE PAVIMENTOS UTILIZADOS EN EL DISTRITO DE AZÁNGARO, PROVINCIA DE AZÁNGARO-2015”

Cantera Nro. 03:

- Cantera : PUCA CHUPA
- Ubicación : vía Azángaro – San Anton 7 km lado derecho
- Acceso : 20 m.

- Tesis : “APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIONES PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE HUMEDAD OPTIMO Y LA DENSIDAD LIMITE SECA PARA LA CONFORMACIÓN DE SUB-BASES DE PAVIMENTOS UTILIZADOS EN EL DISTRITO DE AZÁNGARO, PROVINCIA DE AZÁNGARO-2015”



Cantera Nro. 04:

- Cantera : RIO AZANGARO
- Ubicación : vía Azángaro –
- Acceso : .

Tesis : APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIONES PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE HUMEDAD OPTIMO Y LA DENSIDAD LIMITE SECA PARA LA CONFORMACIÓN DE SUB-BASES DE PAVIMENTOS UTILIZADOS EN EL DISTRITO DE AZÁNGARO, PROVINCIA DE AZÁNGARO-

2015

○

