



**FACULTAD DE CIENCIAS EMPRESARIALES Y EDUCACIÓN  
ESCUELA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN**

**TRABAJO DE SUFICIENCIA PROFESIONAL**

Estrategia del Método de Polya para el Aprendizaje del Teorema de Pitágoras

**PRESENTADO POR EL BACHILLER**

David Damasco Mamani Asqui  
ORCID: (0009-0008-5633-9931)

**PARA OPTAR POR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO**

En Educación Secundaria con la Especialidad en: MATEMÁTICA

**ASESOR:**

Mg. Manuel Antonio Hernández Félix  
ORCID: (0000-0002-4952-6105)

**PUNO - PERU**

**2023**

# Estrategia del Método de Polya para el Aprendizaje del Teorema de Pitágoras

## INFORME DE ORIGINALIDAD

24%

INDICE DE SIMILITUD

24%

FUENTES DE INTERNET

5%

PUBLICACIONES

12%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

## FUENTES PRIMARIAS

1	<a href="http://www.xtec.cat">www.xtec.cat</a> Fuente de Internet	2%
2	Submitted to Universidad Internacional Isabel I de Castilla Trabajo del estudiante	1%
3	<a href="http://manglar.uninorte.edu.co">manglar.uninorte.edu.co</a> Fuente de Internet	1%
4	<a href="http://recursosbiblio.url.edu.gt">recursosbiblio.url.edu.gt</a> Fuente de Internet	1%
5	<a href="http://idoc.pub">idoc.pub</a> Fuente de Internet	1%
6	<a href="http://view.genial.ly">view.genial.ly</a> Fuente de Internet	1%
7	<a href="http://repositorioslatinoamericanos.uchile.cl">repositorioslatinoamericanos.uchile.cl</a> Fuente de Internet	1%
8	<a href="http://riull.ull.es">riull.ull.es</a> Fuente de Internet	1%

9	<a href="http://repositorio.unicauca.edu.co:8080">repositorio.unicauca.edu.co:8080</a> Fuente de Internet	1 %
10	<a href="http://www.buenastareas.com">www.buenastareas.com</a> Fuente de Internet	1 %
11	<a href="http://vsip.info">vsip.info</a> Fuente de Internet	1 %
12	<a href="http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co">repositoriodspace.unipamplona.edu.co</a> Fuente de Internet	1 %
13	<a href="http://www.iesppfgc.edu.pe">www.iesppfgc.edu.pe</a> Fuente de Internet	1 %
14	<a href="http://repositorio.unc.edu.pe">repositorio.unc.edu.pe</a> Fuente de Internet	1 %
15	<a href="http://repositorio.unica.edu.pe">repositorio.unica.edu.pe</a> Fuente de Internet	1 %
16	<a href="http://www.scribd.com">www.scribd.com</a> Fuente de Internet	1 %
17	Submitted to Universidad Catolica Los Angeles de Chimbote Trabajo del estudiante	1 %
18	<a href="http://biblioteca.isfodosu.edu.do">biblioteca.isfodosu.edu.do</a> Fuente de Internet	1 %
19	<a href="http://catalogobiblioteca.unapec.edu.do">catalogobiblioteca.unapec.edu.do</a> Fuente de Internet	1 %
20	<a href="http://cienciadigital.org">cienciadigital.org</a>	

Fuente de Internet

1 %

21

[www.passeidireto.com](http://www.passeidireto.com)

Fuente de Internet

<1 %

22

[repositorio.unh.edu.pe](http://repositorio.unh.edu.pe)

Fuente de Internet

<1 %

23

[es.wikihow.com](http://es.wikihow.com)

Fuente de Internet

<1 %

24

[repositorio.uncp.edu.pe](http://repositorio.uncp.edu.pe)

Fuente de Internet

<1 %

25

[tzibalnaah.unah.edu.hn](http://tzibalnaah.unah.edu.hn)

Fuente de Internet

<1 %

26

[myslide.es](http://myslide.es)

Fuente de Internet

<1 %

27

[ayudateaquiaprendematematicas.blogspot.com](http://ayudateaquiaprendematematicas.blogspot.com)

Fuente de Internet

<1 %

28

[fdocumentos.com](http://fdocumentos.com)

Fuente de Internet

<1 %

29

[repositorio.pucesa.edu.ec](http://repositorio.pucesa.edu.ec)

Fuente de Internet

<1 %

30

[repositorio.autonoma.edu.pe](http://repositorio.autonoma.edu.pe)

Fuente de Internet

<1 %

31

[www.dspace.uce.edu.ec](http://www.dspace.uce.edu.ec)

Fuente de Internet

<1 %

32

repositorio.upch.edu.pe

Fuente de Internet

<1 %

33

repositorio.usil.edu.pe

Fuente de Internet

<1 %

34

fdocuments.ec

Fuente de Internet

<1 %

35

repositorio.unapiquitos.edu.pe

Fuente de Internet

<1 %

Excluir citas

Activo

Excluir coincidencias < 20 words

Excluir bibliografía

Activo

## **DEDICATORIA**

Este trabajo esta dedico a mí madre y a mis hermanos por su firmeza quienes me han apoyado incondicionalmente día tras día, para poder alcanzar a esta instancia en mi formación académica, y su perseverancia en cada momento.

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a la UAP por brindarme nuevas oportunidades y proporcionarme el conocimiento necesario para mi futuro profesional; a mis docentes de mi escuela profesional por la doctrina compartida.

## RESUMEN

El presente trabajo de suficiencia profesional llevo como título: Estrategia del método de Polya para el aprendizaje del teorema de Pitágoras, desarrollado en los estudiantes de 4º grado de nivel secundaria en la “IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno, departamento Puno”.

Así mismo tuvo como finalidad de mejorar el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar, calcular los lados y resolver problemas en “triángulos rectángulos”, se aplicó la estrategia del “método de Polya”, esto permitió el desarrollo del aprendizaje significativo a través del razonamiento y la cognición.

Para su ejecución del presente trabajo de suficiencia se ha materializado con la practica calificada, miscelánea de ejercicios y tarea de extensión, donde se demostró que el uso del “método de Polya”, permite mejorar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de 4º grado de nivel secundaria.

Palabras clave: Método de Polya, teorema, triangulo rectángulo y matemática.

## ÍNDICE

CARATULA .....	i
DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTO .....	iii
RESUMEN .....	iv
INDICE .....	v
INTRODUCCION .....	vi
CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES DEL TEMA .....	1
1.1 Aspecto general del tema.....	1
1.1.1 Descripción de la realidad problemática.....	1
1.1.2 Antecedentes .....	4
1.1.3 Contextualización del tema .....	5
1.1.4 Descripción general del tema .....	5
1.2 Justificación del tema .....	5
1.2.1 Justificación teórica .....	5
1.2.2 Justificación práctica .....	6
1.2.3 Justificación social .....	6
CAPÍTULO II. FUNDAMENTACIÓN .....	7
2.1 Bases teóricas del tema .....	7
2.2 Descripción de las metodologías y procedimientos para resolver el tema .....	14
2.3 Glosario .....	16
CAPÍTULO III. APORTES Y DESARROLLO DE EXPERIENCIAS .....	18
3.1 Aportes teóricos y prácticos para el proceso enseñanza y aprendizaje .....	18
3.2 Aportes en las soluciones del problema desde la experiencia .....	20
CONCLUSIONES .....	22
RECOMENDACIONES .....	23
REFERENCIAS.....	24
ANEXOS .....	26

## INTRODUCCIÓN

Por medio del Trabajo de Suficiencia Profesional se aborda el tema: Estrategia del método de Polya para el aprendizaje del teorema de Pitágoras, el cual fue desarrollado en la “IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno”.

El presente trabajo tuvo como propósito mejorar el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar, calculo longitud de contornos y solucionar ejercicios en polígonos de tres lados, aplicándose la estrategia del “método de Polya” para fomentar el aprendizaje significativo mediante el razonamiento y cognición en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria, donde al ser utilizados durante la sesión de aprendizaje, fue excelente la adquisición de nuevos conocimientos para comprender y resolver problemas de geometría elemental del área de matemática, lo que dinamiza el proceso de enseñanza aprendizaje así como su aplicación y definición.

La estructura del presente trabajo es la siguiente; Capítulo I: Aspectos Generales del tema, descripción de la realidad problemática, antecedentes, contextualización del tema, descripción general del tema, justificación teórica, practica y social; Capítulo II: Fundamentación, bases teóricas del tema, descripción de las metodologías y procedimientos para resolver el tema, glosario; Capítulo III: Aportes y desarrollo de experiencias, se menciona aportes teóricos y prácticos en el proceso enseñanza aprendizaje, aportes y soluciones del problema desde la experiencia; conclusiones, recomendaciones, referencias y anexos.

## **CAPÍTULO I**

### **ASPECTOS GENERALES DEL TEMA**

#### **1.1 Aspecto general del tema**

##### **1.1.1 Descripción de la realidad problemática**

El “teorema de Pitágoras” es considerado, quizás como la relación matemática más importante, más conocida, admirada, aludida y más popular que más nombres y pruebas ha recibido, todo ello hace justicia a su relevante del valor teórico, práctico y didáctico, al ser la fuente de todas las relaciones métricas que aparecen en la geometría elemental, lo cual lo convierte en una herramienta fundamental en el devenir histórico, cultural y científico.

Siendo umbral de la Matemática deductiva elemental que ha tenido ocupados a los matemáticos desde la época clásica hasta nuestros días, logra siempre retener su belleza, su frescura y su eterno sentido de admiración. “Por lo que debemos considerar como un activo cultural de primer orden que pertenece a la base intelectual más usual de la humanidad”.

Mediante el presente trabajo se pretende, aplicar el “teorema de Pitágoras” para resolver problemas en polígonos para identificar y calcular los lados, usando la estrategia del “método de Pólya” en la etapa de aprendizaje mediante el razonamiento y cognición para así mejorar las habilidades de pensamiento, descubrir su aplicabilidad, lograr resultados satisfactorios tanto en los docentes y estudiantes para así facilitar su entendimiento del tema, su esencia innovadora aplicado en el enseñanza para el desarrollo de competencias, actitudes y conocimientos en la resolución de problemas matemáticos utilizado en el “teorema de Pitágoras” por los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria de la “IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno”.

Para el desarrollo del presente trabajo para su ejecución se consideró en el contexto internacional a Díaz, Natera y Pérez, (2017). En su trabajo de grado denominado: “Uso del método Polya como estrategia metodológica para la resolución de problemas con estructuras multiplicativas en 5° y solución de triángulos rectángulos en 10°”, motivado para optar el grado académico magister en educación con énfasis en pensamiento matemático, desarrollado en la Universidad del Norte Barranquilla Colombia, tiene como propósito de afianzar en los estudiantes la competencia de resolución de problemas, a través de la aplicación del método Polya como estrategia metodológica en situaciones con estructuras multiplicativas en 5° y “triángulos rectángulos” en 10°.

También se considera en el presente trabajo plantear conocimientos en el ámbito nacional el trabajo realizado por Elvis Guevara Gamarra, (2017). De su trabajo de tesis titulado: “Estrategia de Pólya en la Solución de Problemas Matemáticos en Alumnos de Secundaria de las Instituciones Educativas de Acolla”, lo que le permitió optar el grado académico de magister en educación, mención: enseñanza estratégica, desarrollado en la universidad nacional del centro del Perú, teniéndose como objetivo: “Determinar los efectos que produce la aplicación de la estrategia de Pólya en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del primer grado de educación secundaria de las instituciones educativas de Acolla”.

En consecuencia en el presente trabajo de suficiencia profesional, se pretende plantear una alternativa de solución en la IES JEC Emilio Romero Padilla en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria, según el programa curricular en el área de matemática para su aplicación en el “teorema de Pitágoras” en polígonos, mediante la estrategia por fases del “método de Pólya”, metodología aplicado en la enseñanza de la matemática, el cual nos permite al estudiante aportar nuevos conocimientos en su formación y desarrollo fortaleciendo su autonomía, que será de vital importancia en el desenvolvimiento del área. Además, la importancia de resolver problemas de este tipo es una invención académica, por lo que el presente trabajo se contextualiza con “triángulos rectángulos”, para hacer más real las actividades de aprendizaje lo que se pretende realizar.

El problema y las deficiencias en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria en el área de matemática de la IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno, según la información en nuestra comunidad educativa local, en la actualidad los estudiantes necesitan usar comprensión para mejorar las habilidades de pensamiento, sistematizar y lograr la agudeza de la geometría elemental, donde se ha podido observar y/o identificar que un número significativo de estudiantes presentan desempeños mínimos e insuficientes, lo cual representa un gran desafío para los docentes, por lo que es necesario despertar el interés en los educandos en el aprendizaje, en realidad la situación es también un problema de enseñanza que se requiere una didáctica más centrada en instruir en las sesiones de aprendizaje.

El presente trabajo tiene trascendental importancia en la resolución de problemas matemáticos, precedentemente fue desarrollado mediante el método heurístico siendo uno de los grandes aportes del Húngaro “George Pólya” en las ciencias exactas que se ajusta a cuatro fases para el cálculo de ejercicios; donde en el presente trabajo se aplicara al “teorema de Pitágoras” en polígonos para identificar, cálculo de lados y adquirir nuevos conocimientos para el desarrollo de habilidades y destrezas en las operaciones matemáticas en beneficio de docentes y estudiantes aplicado en la geometría elemental a temas de “triángulos rectángulos”, siendo de vital importancia debido a su dinamicidad y cohesión, además el uso del teorema aludido es necesario debido a su amplia gama y frecuente su aplicación en la ingeniería, arquitectura, navegación, agricultura, geología y criminología y entre otros.

Por medio del presente trabajo se pretende realizar las posibles soluciones relacionados a mejorar y despertar mayor interés por las matemáticas en el cálculo de ejercicios vinculados con el aludido “teorema de Pitágoras” utilizando la estrategia del “método de Polya”, para el desarrollo de capacidades, destrezas y actitudes, lo que disminuirá un número significativo de estudiantes que presentan desempeños mínimos e insuficientes, además este trabajo favorece en la participación del estudiante, desarrollando un sentimiento creativo y adecuado de conciencia en el aprendizaje.

### 1.1.2 Antecedentes

Sosa Aquino, (2020). En su trabajo final titulado: "Diseño de estrategias pedagógicas para el proceso enseñanza aprendizaje por competencias del teorema de Pitágoras y su utilidad para los estudiantes de primero de secundaria, escuela elvira de Mendoza, santo domingo este", trabajo realizado en la Universidad APEC de Republica Dominicana, donde su investigación tiene como propósito diseñar y evaluar actividades que despierten el interés de los estudiantes, y al mismo tiempo sirvan para erradicar las insuficiencias que presentan los estudiantes de forma que lleguen a obtener la competencia de resolución de problemas relacionada con el "teorema de Pitágoras", donde concluye manifestando que después de impartir el tema con el enfoque por competencias y usando la estrategia resolución de problemas, los estudiantes pueden diferenciar los "triángulos rectángulos" de los demás tipos de polígonos.

Pérez Rojas, (2019). Manifiesta en su investigación denominado: "Método Polya en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes del primer grado de secundaria - distrito de la Oroya 2018", donde su finalidad fue determinar que la aplicación del método Polya influye en el desarrollo de las competencias en matemáticas, además el autor llega a la conclusión: Manifestando que se determinó que la aplicación del método Polya influye en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes del Primer Grado de secundaria del distrito de la Oroya.

Herrera García, (2018). En su seminario de graduación titulado: "Resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017", trabajo realizado en la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua - Managua, donde tuvo como propósito: Realizar un análisis de la aplicación del "método Polya" para la resolución de problemas con el "teorema de Pitágoras", entre otros donde la autor llega a la siguiente conclusión: Se planteó una lista de problemas resueltos sobre el "teorema de Pitágoras" donde se usó el "método de Polya" para dar solución, mostrando la importancia de este método en los contenidos de enseñanza y su aplicación en diferentes contextos.

### **1.1.3 Contextualización del tema**

Este trabajo se realizó en la “IES JEC Emilio Romero Padilla localizado en el distrito de Chucuito”, provincia Puno y departamento Puno, con dirección Jr. Trucos N° 460, que cuenta con nivel secundaria en el modelo de servicio educativo jornada escolar completa, al mismo tiempo se compone de 16 aulas, la institución educativa está conformado por 01 director, 20 docentes, 02 auxiliares, personal administrativo, mantenimiento y seguridad.

### **1.1.4 Descripción general del tema**

El presente trabajo tuvo como finalidad de mejorar el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar, hallar los lados y resolver problemas en “triángulos rectángulos”, aplicado en la estrategia del “método de Polya” en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria en el área de Matemática en la IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito Chucuito, provincia Puno y departamento Puno, donde se tiene la necesidad que los docentes usen en las sesiones de clase, para lograr la integración y cohesión en el proceso enseñanza aprendizaje.

Así mismo la estrategia del “método de Polya” influye en el desarrollo de capacidades, conocimientos y actitudes matemáticas donde se convierte en una opción que permitirá que el estudiante fortalezca sus habilidades y destrezas, para lograr el aprendizaje de modo eficiente en polígonos (triángulos rectángulos), así mismo conseguir dinamizar que las sesiones de aprendizaje sean armónicas y motivadas.

## **1.2 Justificación del tema**

### **1.2.1 Justificación teórica**

Se justifica teóricamente por que se permite a los docentes una mejora en la enseñanza de polígonos (triángulos rectángulos) de materias relacionado al “teorema de Pitágoras” con aplicación de estrategia del “método de Polya” en el área de matemática, donde se permite mayor énfasis en el desarrollo del tema, porque se encuentra está inmerso en la necesidad en beneficio de docentes y estudiantes, lo que permitirá fortalecer los conocimientos de la matriz enseñanza aprendizaje, en el proceso del desarrollo curricular del área.

### **1.2.2 Justificación práctica**

Se justifica prácticamente porque su ejecución será un aporte de la estrategia del “método de Polya” para mejorar y optimizar la enseñanza de los docentes y obteniéndose un impacto positivo en el aprendizaje para desarrollar nuevos conocimientos y destrezas en resolver problemas en temas de geometría elemental como el “teorema de Pitágoras” aplicado a polígonos de tres lados, del área de matemática.

Que permitirá un beneficio eficiente en las competencias de estudiantes del 4° grado de nivel secundaria de la IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno, también se propiciara la creación de estrategias, técnicas y procedimientos novedosos que servirán de una educación equilibrada en el proceso enseñanza aprendizaje.

### **1.2.3 Justificación social**

Este trabajo se justifica a nivel social, porque va favorecer acogedor una cohesión entre la comunidad educativa y los agentes educativos socialmente para generar confianza, respeto, solidaridad; poniéndose así en práctica las normas de convivencia en un espacio social orientado al buen vivir.

El “método de Polya” beneficiara el desarrollo del área de matemática, para lograr a alcanzar una adecuada técnica de enseñanza aprendizaje en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria de la IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno, siendo un indicador social que ocupara tres indicadores: existencia prolongada y saludable, formación y vida sana.

## **CAPÍTULO II**

### **FUNDAMENTACIÓN**

#### **2.1 Bases teóricas del tema**

**A)** Herrera García (2018) “En el año 1945 el matemático y pedagogo húngaro George Polya publica el libro, How to solve it donde expone que existen algunas reglas generales, capaces de establecer detalladamente la más útil disciplina del pensamiento, que no son conocidas sin embargo, si tales reglas pudieran ser formuladas, indica que ellas no serían muy útiles, al mismo tiempo planteó que para la resolución de problemas existen cuatro fases, no pasos, las cuales se le conocen en la actualidad como método de Polya”.

##### **A.1) Método de George Polya**

Herrera García (2018) “Este es un método que se utiliza para dar solución a problemas matemáticos, ésta es la más grande aportación de George Polya en la enseñanza de la matemática que consta de cuatro fases para resolver problemas, en la cual incluye una infinidad de ideas heurísticas”.

##### **A.2) Fases del Método de George Polya**

Contiene cuatro fases que son: comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva, para influir en la resolución de problemas es preciso tomar en cuenta la disciplina, comunicación en el salón de clases y el proceso de pensar.

##### **i. Primera fase: Comprender el problema**

“En esta etapa, nos encontramos en un proceso de cuestionamientos e identificación de información relevante y variables desconocidas, según Polya comprender el problema significa hacerlo nuestro; expresarlo de manera concisa para poder modificarlo sin cambiar la idea original”.

Por lo tanto, es fundamental determinar cuáles son los datos del problema y cuál es la incógnita a resolver, también debemos considerar qué resultados o teoremas están relacionados con los conceptos matemáticos que se presentan en el enunciado, para comprender la relación entre los datos del ejercicio, es fundamental crear un dibujo o esquema.

**ii. Segunda fase:** Concebir un plan

“Se basa en desarrollar una técnica en la que el educador guíe al educando sin imponer sus decisiones, siguiendo un plan previamente pensado y ejecutado. También es importante recordar si se ha enfrentado a problemas similares antes, si se conoce algún caso específico del problema y analizar algunos casos particulares para identificar patrones o propiedades que sean relevantes o útiles”.

**iii. Tercera fase:** Ejecución del plan

“La preparación del proceso creativo es fundamental e imprescindible y verificar cada paso ejecutado del plan, examinar minuciosamente que cada pieza encaje a la perfección. Además, se debe asegurar la veracidad de cada razonamiento y la claridad de cada operación donde en esta etapa, se pone en práctica el plan diseñado previamente”.

**iv. Cuarta fase:** Visión retrospectiva

“En esta etapa los estudiantes consolidan sus conocimientos y adquieren habilidades para resolver problemas al revisar sus resultados y el proceso que llevaron a ellos, es crucial que los educadores guíen a los estudiantes durante la lección, seguidamente permitirles continuar sin instrucciones. Dado que las descripciones son cruciales para la experiencia del estudiante, por lo tanto, son significativas cuando se resuelven problemas matemáticos donde es fundamental recalcar a los educadores la importancia de la estructura y el orden de este método para lograr un objetivo deseado, también durante esta fase se reflexiona sobre si realmente se obtuvo una solución real o si hay enfoques más simples u otro tipo de contenidos que entran en juego”.

**B)** Ávila Moreno (2017) “El teorema de Pitágoras, es uno de los más antiguos teoremas de la historia y también uno de los más importantes en matemáticas. Además, podría haber sido el inicio de la impactante aparición de la inconmensurabilidad pitagórica, que tuvo gran influencia en la organización y sistematización de la geometría griega por parte de Platón y Euclides. En base a las observaciones previas, este teorema se convierte en un recurso matemático fundamental en el ámbito escolar, su demostración marca el comienzo de la deducción y razonamiento de planteamientos geométricos por parte de los estudiantes”.

### **B.1) Triángulo rectángulo**

“Un triángulo rectángulo es un polígono de tres lados que tiene un ángulo interno de  $90^\circ$  y se muestra en la figura 01, donde C es el ángulo recto. Por lo tanto, este tipo de triángulo (ACB) (figura 01) es el único en el que se puede aplicar el teorema de Pitágoras para la resolución de ejercicios”.

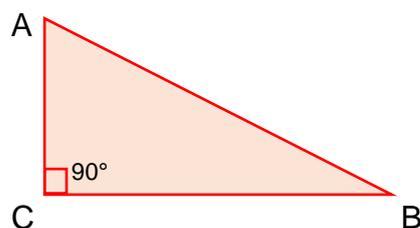


Figura 01

Relación hipotenusa y catetos:

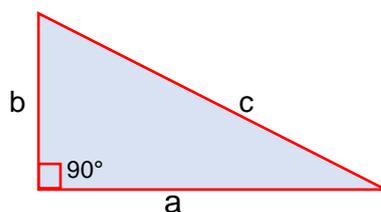


Figura 02

“Todos los triángulos rectángulos cumplen que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los lados contiguos al ángulo recto (catetos) al cuadrado”. Donde:  $a^2+b^2=c^2$  (Teorema de Pitágoras); Siendo a y b los dos catetos o lados y c la hipotenusa o lado mayor (figura 02).

## B.2) Teorema de Pitágoras

Ávila Moreno (2017) “El teorema llamado de Pitágoras posee una historia geométrica de más de 4,000 años donde se define como el cuadrado sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados sobre los catetos donde las múltiples demostraciones de tipo Pitágoras se diferencian únicamente en las posiciones relativas de los triángulos y cuadrados aludidos” (figura 03).

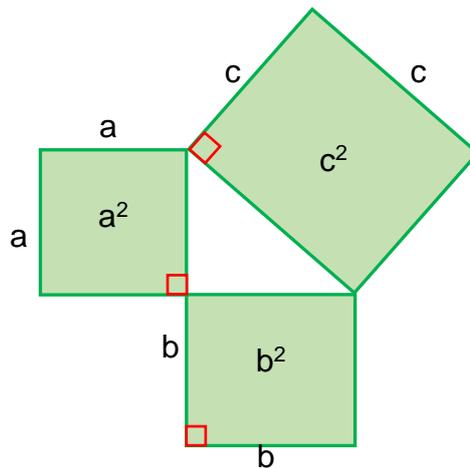


Figura 03

## C) Ausubel y su teoría del aprendizaje significativo

“La teoría psicológica del aprendizaje en el aula se elabora con el objetivo de explicar y comprender las condiciones del aprendizaje que ocurre en la escuela y cómo estas pueden ser significativas para los estudiantes. La teoría ausubeliana se enfoca principalmente en el aprendizaje significativo, el cual es crucial en las prácticas de los docentes, diseñadores del currículum e investigadores educativos” (Rodríguez, 2004 citado en Cañaverl, Nieto & Vaca, 2020).

### C.1) Aproximación histórica sobre el concepto de aprendizaje

“En 1930, se avecinaba el inicio de la Segunda Guerra Mundial debido a la premisa invasora de la Alemania Nazi. Estos eventos ocurrieron casi al mismo tiempo que el proceso de tematización o formación del concepto de aprendizaje, y también coincidieron con la aparición de diferentes discusiones en el campo de la psicología y sus diferentes corrientes” (Rubio, 2017 citado en Cañaverl, Nieto & Vaca, 2020).

“En aquel momento, la psicología se estaba convirtiendo en una ciencia experimental que dejaba de centrarse en cómo percibe el ser humano el mundo, para comenzar a investigar la transformación de su comportamiento; en este tipo de análisis, lo importante es observar los cambios en la conducta, como lo demuestra la revolución conductista. Esta revolución estableció un programa de investigación que se enfocaba en experimentar con animales y, posteriormente, también con la conducta humana.” (Ardila, 1979 citado en Cañaverall, Nieto & Vaca, 2020).

### **C.2) El Aprendizaje en Ausubel**

“Es un reconocido psicólogo educativo destacado por sus aportes en la psicología y la educación, y es considerado como uno de los grandes referentes para la psicología constructivista. Su obra desarrolla los conceptos y procesos psicológicos del aprendizaje en el aula; por tal razón, es denominada como una teoría (psicológica del aprendizaje escolar), ya que su interés se basa principalmente en conocer y estudiar los mecanismos implicados en la adquisición y retención de grandes cantidades de información que son manejados en la escuela” (Rodríguez 2004, citado en Cañaverall, Nieto & Vaca, 2020).

### **C.3) El Aprendizaje significativo en Ausubel**

“Para empezar, cabe destacar que el trabajo de Ausubel sobre el tema del aprendizaje significativo está estrechamente relacionado con las opiniones de los autores de sus obras como Vygotsky, la propuesta por Ausubel en 1973 es interesante tras la exposición de la teoría de Vygotsky, ya que está centrada en el aprendizaje producido en un contexto educativo, es decir en el marco de una situación de interiorización”.

“El aprendizaje producido en los contextos educativos percibe al estudiante como un receptor de respuestas que deben ser memorizadas y reproducidas sin error alguno; sin embargo, el sujeto aprendiente es un perceptor, es decir, es un sujeto que percibe y representa lo que le está siendo enseñado” (Moreira, 2017 citado en Cañaverall, Nieto & Vaca, 2020).

#### **C.4) Procesos de aprendizaje por recepción y descubrimiento**

Ausubel opta por incluir los tópicos en el proceso de aprendizaje en aula de clase en primer lugar, establece el aprendizaje por recepción como un método frecuentemente empleado en niveles superiores de educación. En segundo lugar, presenta el aprendizaje por descubrimiento con características propias en relación a la significación. “Con ello, Ausubel (1976) advierte la diferencia existente entre estos procesos, con el aprendizaje significativo y por repetición, ya que suelen ser confundidos por la suposición de que todo aprendizaje significativo es por descubrimiento y que todo aprendizaje por recepción es invariablemente repetitivo”.

De conformidad con Ausubel (1963) “la mayor parte de la enseñanza en el salón de clase está organizada conforme al aprendizaje por recepción” (p. 35), dado a la forma en que se sistematiza el aprendizaje en el aula, en esta dirección, Ausubel sostiene que el docente no tiene conocimiento de las experiencias que los estudiantes puedan haber tenido y, por lo tanto, impone de manera arbitraria los temas a trabajar. En este proceso, los estudiantes no tienen conocimientos previos y todo se les presenta en su forma final.

#### **C.5) Tipos de aprendizaje significativo**

“Es importante mencionar que, según Ausubel, este tipo de aprendizaje se divide en distintas categorías que lo complementan, las cuales iremos explorando más adelante. Por lo tanto, es imperativo abordar los diversos tipos de aprendizaje descritos en su teoría, a pesar de las múltiples denominaciones que engloban este concepto. Sin embargo, esta tarea usualmente resulta desafiante debido a la amplia gama de términos asociados”.

##### **C.5.1 Aprendizaje representacional**

Este permite la asignación de significado a determinados símbolos y, “Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan”. Este tipo de enseñanza se presenta generalmente en los niños, como un reflejo equivalente de los contenidos significativos que se encuentran en su estructura cognitiva (Ausubel, 1976, p. 5).

## **C.5.2 Aprendizaje de conceptos**

Según Ausubel, el término se define como “un mismo concepto” sobre el cual los objetos, situaciones o sucesos, que poseen rasgos en común se nombran mediante algún distintivo o símbolo (Ausubel, 1976). El aprendizaje de conceptos es definido en tanto: “Los conceptos representan regularidades de eventos u objetos, y son representados también por símbolos particulares o categorías y representan abstracciones de atributos esenciales de los referentes” (p. 38).

“Según Ausubel, el aprendizaje se puede clasificar en dos métodos de adquisición de conceptos. El primero de ellos es la formación de conceptos, el cual ocurre durante los primeros años de vida. El segundo método es la asimilación de conceptos, que es la forma predominante de aprendizaje conceptual en los niños en edad escolar y en los adultos”.

### **C.5.2.1 Formación de conceptos**

“Que, en la formación de conocimientos, se adquiere el criterio del concepto mediante la experiencia directa orientada hacia la hipótesis. El autor menciona; de ahí que los niños pequeños lleguen a saber el concepto, can a través de varios encuentros sucesivos con perros, gatos, vacas y otros animales hasta que pueda generalizar los atributos de criterio que constituyen el concepto cultural de perro” (Ausubel, 1976, p. 61).

### **C.5.2.2 Asimilación de conceptos**

“Sucede cuando el criterio del concepto se expone en función del contexto para establecer una conexión directa con la estructura cognitiva del estudiante, en términos más claros”, esto implica que a medida que se tiene más edad, los conceptos tienden a:

1. Consistir más abstracciones del más alto orden;
2. Exhibir más precisión, así como diferenciación;
3. Ser adquiridos principalmente por asimilación de conceptos y menos por el proceso de formación de los mismos y
4. Ir acompañados de la conciencia de las operaciones de conceptualización involucradas” (Ausubel, 1976, p. 87).

### C.5.3 Aprendizaje proposicional

De acuerdo a Ausubel (1976), presenta su teoría de la siguiente manera: “El aprendizaje significativo de proposiciones verbales, aunque más complejo que el aprendizaje del significado de las palabras, se parece al aprendizaje de representaciones en el sentido de que los nuevos significados surgen después de establecer relaciones y luego interactuar con tareas de aprendizaje potencialmente significativas; este proceso implica entender una idea expresada verbalmente en forma de oración, que incluye tanto el significado literal como el asociado de las palabras, así como sus funciones sintácticas” (p. 61).

“Del anterior análisis podemos inferir que el aprendizaje proposicional se destaca como el más desafiante entre todos los tipos de aprendizaje que Ausubel presenta en su obra. Esto se debe a que desempeña un papel crucial en la comprensión y sus principios no están orientados hacia la aplicación en niños, sino más bien dirigidos a jóvenes de mayor edad. Esta es una relación en la cual los significados adicionales, después de una asociación, se combinan con los significados ya existentes para dar sentido a una idea en una oración”.

## 2.2 Descripción de la metodología y procedimientos para resolver el tema

El presente trabajo de suficiencia profesional propone una metodología basada en una secuencia de fases:

### FASE 1: COMPRENDER EL PROBLEMA

- **Momento 1:** Los estudiantes deben de familiarizarse y comprender el enunciado del problema, lo hace un solo requisito, que es identificar y hallar el lado desconocido del triángulo rectángulo.
- **Momento 2:** Para resolver el problema, es fundamental tener claridad sobre el destino que deseamos alcanzar, luego de ser identificados los lados del polígono.
- **Momento 3:** Aquí busca determinar y hallar el valor de la incógnita en problemas que involucran los lados a, b y c de un polígono. Sin embargo, es importante distinguir que el triángulo no siempre se mencionará  $\Delta ABC$  (figura 02).

## FASE 2: CONCEBIR UN PLAN

- **Momento 1:** Usar una variable de incógnita mediante las letras a, b, y c para hallar el valor del lado desconocido.
- **Momento 2:** Realizar el planteamiento del problema mediante la elaboración de un gráfico de triángulo rectángulo posteriormente renombrar los lados (cateto, hipotenusa) y vértices del triángulo.
- **Momento 3:** Una vez que se conoce la estructura de un triángulo rectángulo, así como los lados y vértices elegidos, el objetivo es plantear en la ecuación del “teorema de Pitágoras” para calcular el valor de uno de los lados desconocidos del polígono ya sea los catetos o la hipotenusa.

## FASE 3: EJECUCIÓN DEL PLAN

- **Momento 1:** En este caso, la ecuación utilizada es la del “teorema de Pitágoras”. Donde se mencionan catetos como: Cateto opuesto = b, cateto adyacente = a y la hipotenusa = c; para resolver este problema, utilizaremos la ecuación:  $a^2 + b^2 = c^2$   
El objetivo es hallar uno de los valores desconocidos entre a, b y c que corresponde a los lados (figura 02). Este valor se obtiene al despejar de la ecuación general del “teorema de Pitágoras” en términos de a, b y c.
- **Momento 2:** Para encontrar el valor del lado desconocido, se deben reemplazar los valores conocidos en la ecuación del “teorema de Pitágoras”, de acuerdo a la incógnita requerida.

## FASE 4: VISIÓN RETROSPECTIVA

- **Momento 1:** Es fundamental realizar una comprobación exhaustiva de la respuesta, se lleva mediante el reemplazo de las cantidades conocidas y el calculado, cuantificados en la fórmula general del “teorema de Pitágoras”.  $a^2 + b^2 = c^2$
- **Momento 2:** Para verificar la correcta aplicación del “teorema de Pitágoras”, es necesario realizar el cálculo correspondiente y asegurarse de que la respuesta cumpla con la ecuación, lo cual se puede evidenciar por medio de la igualdad.

## 2.3 Glosario

- **Aprendizaje significativo**

Diccionario Pedagógico UPAEP, (2004). define que el *“Aprendizaje significativo o relevante es aquel que el estudiante ha logrado interiorizar y retener luego de haber encontrado un sentido teórico o una aplicación real para su vida; este tipo de aprendizaje va más allá de la memorización, ingresando al campo de la comprensión, aplicación, síntesis y evaluación; dicho de otra forma, el aprendizaje debe tener un significado real y útil para el estudiante, soslayando la visión de aprender por el simple hecho de hacerlo”*.

- **Cognición**

Piaget, (1971). Lo define como *“Procesos mentales que conducen al conocimiento, como la memoria, la simbolización, la categorización, la solución de problemas, la imaginación, los sueños, etc. por el cual se considera la cognición como una red de estructuras mentales las cuales son creadas por el sujeto en un esfuerzo para dar sentido a las experiencias, a estas estructuras mentales Piaget las denomino esquemas”*.

- **Competencias**

Braslavsky, (2004). Menciona que *“Consiste en la adquisición de conocimiento a través de la acción, resultado de una cultura de base sólida que puede ponerse en práctica y utilizarse para explicar qué es lo que está sucediendo”*.

- **Ejercicios**

Borasi, (1986). Determina que *“Significa a todas aquellas tareas que pretenden desarrollar o aplicar algún tipo de algoritmo siempre y cuando se encuentre en un texto”*.

- **Estrategia**

Tobón, (2004). Lo define como *“Una serie de pasos o etapas que se ejecutan con el fin de alcanzar unos determinados objetivos mediante la optimización y regulación de los procesos cognitivos, de los contenidos de los instrumentos para la resolución de problemas; un punto por resaltar es que las estrategias constituyen actividades conscientes deliberadas y planificadas”*.

- **Geometría**

Aurelio Baldor, (1941). Así lo define *“La geometría elemental es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades intrínsecas de las figuras, es decir, las que no se alteran con el movimiento de las mismas”*.

- **Heurística**

Polya, (1965). Lo define *“Método que conduce a la solución de problemas en particular a las operaciones mentales típicamente útiles en el proceso”*.

- **Método de G. Polya**

Gutiérrez, (2002). Define que *“Es un método que se utiliza para dar solución a problemas Matemáticos, ésta es la más grande aportación de George Polya en la enseñanza de la Matemática que consta de cuatro fases para resolver problemas”*.

- **Postulado**

Aurelio Baldor, (1941). Precisa que *“Es una proposición no tan evidente como un axioma pero que también se admite sin demostración”*.

- **Problema**

Aurelio Baldor, (1941). Concreta que *“Es una proporción en la que se pide construir una figura que reúna ciertas condiciones (los problemas gráficos) o bien calcular el valor de alguna magnitud geométrica (los problemas numéricos)”*.

- **Resolución de problemas**

Cruz, (2006). Lo precisa como *“Indica que resolución de problemas en Matemática es una práctica que potencia el desarrollo del pensamiento y la enseñanza de la Matemática, con la posibilidad de proporcionar actitudes para enfrentar los retos de la ciencia, así como los de la vida cotidiana”*.

- **Teorema:**

Aurelio Baldor, (1941). Define *“Es una proposición que puede ser demostrada donde la demostración consta de un conjunto de razonamientos que conducen a la evidencia de la verdad de la proposición”*.

## CAPÍTULO III

### APORTES Y DESARROLLO DE EXPERIENCIAS

#### 3.1 Aportes teóricos y prácticos para el proceso enseñanza y aprendizaje

El aporte teórico y práctico del “método de Polya” en el área de matemática en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria en la IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno, se fundamenta ambos saberes para mejorar el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar y hallar los lados en polígonos de tres lados, momento desarrollado en las sesiones de clase, con la finalidad de optimizar la enseñanza y el aprendizaje de los educandos mediante el razonamiento y cognición, por tal motivo se desarrolla la siguiente metodología:

#### FASE 1: COMPRENDER EL PROBLEMA

- **Momento 1:** Los estudiantes deben de familiarizarse y comprender el enunciado del problema, lo hace un solo requisito, que es identificar y hallar el lado desconocido del triángulo rectángulo.
  - ✓ Observación directa e indirecta.
- **Momento 2:** Realizar el planteamiento del problema mediante la elaboración de un gráfico de triángulo rectángulo posteriormente renombrar los lados (cateto, hipotenusa) y vértices del triángulo.
  - ✓ Diario de clase
  - ✓ Sensibilización.
- **Momento 3:** Aquí busca determinar y hallar el valor de la incógnita en problemas que involucran los lados a, b y c de un polígono. Sin embargo, es importante distinguir que el triángulo no siempre se mencionará  $\Delta ABC$  (figura 02).
  - ✓ Registro auxiliar.

## FASE 2: CONCEBIR UN PLAN

- **Momento 1:** Usar una variable de incógnita mediante las letras a, b, y c para hallar el valor del lado desconocido.
- **Momento 2:** Realizar el planteamiento del problema mediante la elaboración de un gráfico de triángulo rectángulo posteriormente renombrar los lados (cateto, hipotenusa) y vértices del triángulo.
- **Momento 3:** Una vez que se conoce la estructura de un triángulo rectángulo, así como los lados y vértices elegidos, el objetivo es plantear en la ecuación del “teorema de Pitágoras” para calcular el valor de uno de los lados desconocidos del polígono, ya sea los catetos o la hipotenusa.
  - ✓ Observación directa e indirecta
  - ✓ Diario de clase
  - ✓ Registro auxiliar.

## FASE 3: EJECUCIÓN DEL PLAN

- **Momento 1:** En este caso, la ecuación utilizada es la del “teorema de Pitágoras”. Donde se mencionan catetos como: Cateto opuesto = b, cateto adyacente = a y la hipotenusa = c; para resolver este problema, utilizaremos la ecuación:  $a^2 + b^2 = c^2$ 

El objetivo es hallar uno de los valores desconocidos entre a, b y c que corresponde a los lados (figura 02). Este valor se obtiene al despejar de la ecuación general del “teorema de Pitágoras” en términos de a, b y c.
- **Momento 2:** Para encontrar el valor del lado desconocido, se deben reemplazar los valores conocidos en la ecuación del “teorema de Pitágoras”, de acuerdo a la incógnita requerida.
  - ✓ Observación directa e indirecta
  - ✓ Diario de clase
  - ✓ Registro auxiliar.

#### **FASE 4: VISIÓN RETROSPECTIVA**

- **Momento 1:** Es fundamental realizar una comprobación exhaustiva de la respuesta, se lleva mediante el reemplazo de las cantidades conocidas y el calculado, cuantificados en la fórmula general del “teorema de Pitágoras”.  $a^2 + b^2 = c^2$
- **Momento 2:** Para verificar la correcta aplicación del “teorema de Pitágoras”, es necesario realizar el cálculo correspondiente y asegurarse de que la respuesta cumpla con la ecuación, lo cual se puede comprobar por medio de la igualdad.

- ✓ Diario de clase
- ✓ Socialización
- ✓ Registro auxiliar
- ✓ Observación directa e indirecta
- ✓ Práctica.

#### **3.2 Aportes en las soluciones de problemas del tema desde la experiencia**

El presente trabajo de suficiencia profesional se desarrolló en la “IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno”, en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria sección “B”, donde precedentemente se pudo constatar; que un determinado número significativo de estudiantes presentaban desempeños mínimos e insuficientes y que no prestaban mucha atención a las actividades en el área de matemática es por ello que se ha tomado la presente decisión en las sesiones de aprendizaje:

- Se inicia con los saberes previos, socializando a la comunidad educativa local para mejorar la aplicación del “teorema de Pitágoras” para identificar, hallar la longitud de sus lados y resolver problemas en “triángulos rectángulos”, aplicándose la estrategia del “método de Polya” en geometría elemental, así dando realce y se imparta de manera permanente específicamente, en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria.

- El desarrollo de la actividad se estimula y motiva a los estudiantes enfatizando el uso del “método de Pólya” como estrategia para resolución de problemas matemáticos en polígonos (triángulos rectángulos).
- En las sesiones de clase mencionadas, se logró abordar de manera efectiva temas de geometría elemental y empleando el enfoque del “método de Polya”, que se caracteriza por cuatro fases, aplicándose mediante ejercicios en polígonos (triángulo rectángulos), para identificar y calcular los lados desconocidos (catetos y hipotenusa).
- Luego en el proceso de cierre de sesión se realiza la retroalimentación mediante ficha de actividad del estudiante, posteriormente los estudiantes desarrollan problemas aplicando la ecuación del “teorema de Pitágoras”, mediante práctica calificada, donde se aplica la resolución de problemas en “triángulos rectángulos”.
- Por lo que se da por concluida la sesión y se anima a los estudiantes a seguir adelante, donde se deja constancia para desarrollar una miscelánea de ejercicios en casa, mediante la aplicación de estrategia del “método Polya”.

## **CONCLUSIONES**

Posterior a la revisión tanto teórico práctico de este trabajo de suficiencia profesional, se llega a la conclusión que efectivamente la aplicación como estrategia de enseñanza el “método de Polya” para el aprendizaje del “teorema de Pitágoras” en la resolución de problemas en geometría elemental, para identificar y hallar los lados en un “triángulo rectángulo” mejora en el desarrollo del aprendizaje significativo a través del razonamiento y cognición en el área de matemática en los estudiantes del 4° grado de nivel secundaria en la “IES JEC Emilio Romero Padilla del distrito de Chucuito, provincia Puno y departamento Puno”.

## **RECOMENDACIONES**

Los docentes y autoridades educativas competentes, líderes responsables en de las instituciones educativas, donde deberán sensibilizar y sociabilizar mediante una reingeniería pedagógica para diseñar, planificar y promover su innovación para su aplicación en las sesiones de aprendizaje, mediante la enseñanza de la estrategia del “método de Polya”, con el objetivo de mejorar el aprendizaje del “teorema de Pitágoras” para identificar, calcular la longitud de sus lados en polígonos “triángulos rectángulos” y así fomentar su enseñanza - aprendizaje en el área de matemática.

## REFERENCIAS

- Aurelio Baldor, (1941). *Geometría plana y del espacio y Trigonometría*, [Compañía cultural editora y distribuidora de textos americanos Publicaciones Cultural, S.A. de C.V. México].
- Carmen Margarita Sosa Aquino, (2020). “*Diseño de estrategias pedagógicas para el proceso enseñanza-aprendizaje por competencias del teorema de Pitágoras y su utilidad para los estudiantes de primero de secundaria, escuela elvira de Mendoza, santo domingo este*”. [Tesis de Maestría, Universidad APEC de Republica Dominicana].
- Cañaveral, Nieto & Vaca, (2020). “El aprendizaje significativo en las principales obras de David”. [Seminario de Grado, Universidad Pedagógica Nacional Bogotá - Colombia].
- Cristhian Valencia Rendon, (2015). “*Elaboración de un proyecto pedagógico de aula para fomentar la conceptualización y aplicación del teorema de Pitágoras*”. [Examen complejo de grado, Universidad Técnica de Machala - Ecuador].
- George Polya, (1965). “*Como plantear y resolver problemas*”. [Serie de matemáticas Editorial trillas - México].
- Guevara Gamarra, (2017). “Estrategia de Pólya en la Solución de Problemas Matemáticos en Alumnos de Secundaria de las Instituciones Educativas de Acolla”. [Tesis de Maestría, Universidad Nacional del Centro del Perú].
- Herrera García, (2018). “Resolución de problemas en Geometría Plana, aplicando el método de Polya, ciclo básico de secundaria, departamento Matagalpa, segundo semestre 2017”. [Seminario de Graduación, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua].
- Linares Navarro, (2018). “*Teorema de Pitágoras*”. [Examen de grado, Universidad Nacional de la Amazonía Peruana de Iquitos].
- López Molina, (2014). “*Aprendizaje significativo y resolución de problemas de ecuaciones de primer grado*”. [Tesis de grado, Universidad Rafael Landívar de Guatemala].
- Martínez Ibarra, (2017). “*Estrategias para mejorar la comprensión de conceptos aplicados en la resolución de problemas con triángulos rectángulos*”. [Trabajo de grado, Universidad del Cauca de Colombia].

- Maza Quezada, (2018). "*Estrategias Cognitivas para el Desarrollo de la Capacidad de Resolución de Problemas en el Área de Matemática*". [Monografía de grado, Universidad Nacional del Santa Chimbote - Perú].
- Pérez Rojas, (2019). "Método Polya en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes del primer grado de secundaria - distrito de la Oroya 2018". [Tesis de Maestría, Universidad Cesar Vallejo].

## **ANEXOS**

## Anexo N° 1

### SESIÓN DE APRENDIZAJE

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. INSTITUCIÓN EDUCATIVA** : IES JEC Emilio Romero Padilla  
**1.2. NIVEL, GRADO Y SECCIÓN** : Secundaria 4° "B"  
**1.3. ÁREA CURRICULAR** : Matemática  
**1.4. BACHILLER** : David Damasco Mamani Asqui  
**1.5. FECHA Y HORA** : 28/08/2023

#### II.- TÍTULO:

"Estrategia del método de Polya para el aprendizaje del teorema de Pitágoras"

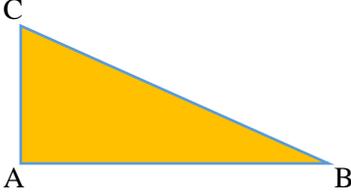
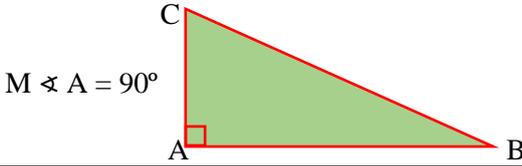
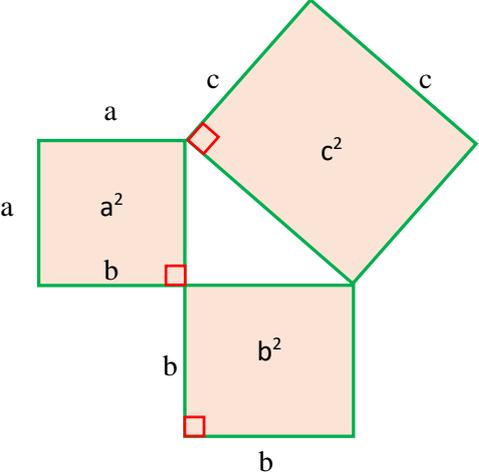
#### III. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

- Juego de reglas geométricas de madera
- Mota para pizarra acrílica
- Texto Baldor
- Pizarra acrílica
- Plumón para pizarra.

#### IV. ÁREA, COMPETENCIA (S), CAPACIDAD (ES) E INDICADORES

AREA	COMPETENCIA	CAPACIDAD	INDICADOR DEL DESEMPEÑO
MATEMATICA	Solucionar problemas que se relacionan con figuras planas de geometría elemental; sustenta y comunica los procesos de solución y resultados con la aplicación del "método de Polya".	<ul style="list-style-type: none"><li>• Comunica.</li><li>• Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales.</li><li>• Elabora Estrategia "método de Polya" para resolver problemas aplicando el "teorema de Pitágoras" en "triángulos rectángulos".</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Justifica sus procedimientos para identificar y hallar los lados de un "triángulo rectángulo" con la aplicación del "método de Polya".</li><li>• Para la resolución de problemas que involucran el "teorema de Pitágoras".</li></ul>

## V. MOMENTOS Y PROCESOS DE APRENDIZAJE

PROCESOS DE APRENDIZAJE	ESTRATEGIAS
<p>INICIO (10 min.) MOTIVACION</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ El docente saluda, da la bienvenida a los estudiantes y se presenta.</li> <li>✓ Dibuja un triángulo cualquiera (polígono)</li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es un triángulo rectángulo? Es un polígono de tres lados, figura geométrica donde uno de sus lados es recto (90°).</li> </ul>  <p style="text-align: center;"><math>M \sphericalangle A = 90^\circ</math></p>
<p>RECUPERACION DE SABERES PREVIOS</p>	 <p>El “teorema de Pitágoras” nos dice que en todo triángulo rectángulo se cumple que la suma de las medidas de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.</p>
<p>OBJETIVO DE LA SESION</p>	<p style="text-align: center;">“TEOREMA DE PITÁGORAS”</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <math display="block">c^2 = a^2 + b^2</math> </div> <p>Mejorar el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar, hallar longitud de sus lados y resolver problemas en “triángulos rectángulos”, con la aplicación de estrategia del “método de Polya”.</p>

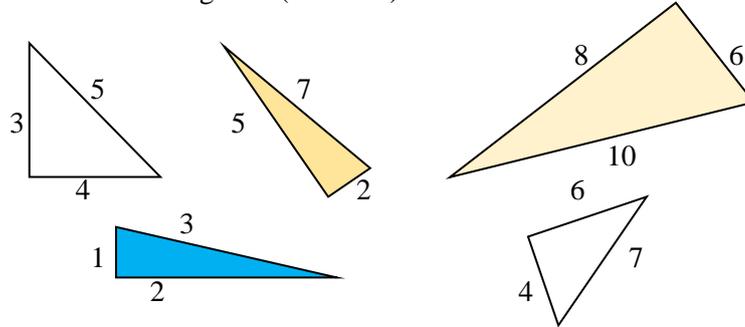
DESARROLLO  
(30 min.)  
CONSTRUCCIÓN  
DEL  
APRENDIZAJE

**FASE 1: COMPRENDER EL PROBLEMA**

Explica el “teorema de Pitágoras”, indicando que este teorema se cumple solo en “triángulos rectángulos”.

**FASE 2: CONCEBIR UN PLAN**

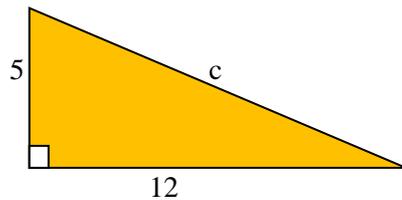
Plantear mediante el cálculo mental, para que comprueben si todos los triángulos mostrados son rectángulos: (Anexo 2)



**FASE 3: EJECUCION DEL PLAN**

El docente desarrolla varios ejercicios de triángulo rectángulo aplicando el “teorema de Pitágoras”.

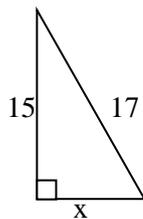
1. Hallar la hipotenusa del siguiente triángulo rectángulo.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} c^2 &= 5^2 + 12^2 \\ c^2 &= 25 + 144 \\ c^2 &= 169 \\ c &= \sqrt{169} = 13 \end{aligned}$$

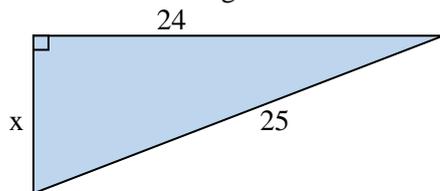
2. Calcular el valor del cateto de un triángulo rectángulo.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\begin{aligned} 17^2 &= x^2 + 15^2 \\ 289 &= x^2 + 225 \\ 289 - 225 &= x^2 \\ \sqrt{64} &= x \\ x &= 8 \end{aligned}$$

3. Encontrar la longitud del valor x del triángulo rectángulo



$$c^2 = a^2 + b^2$$

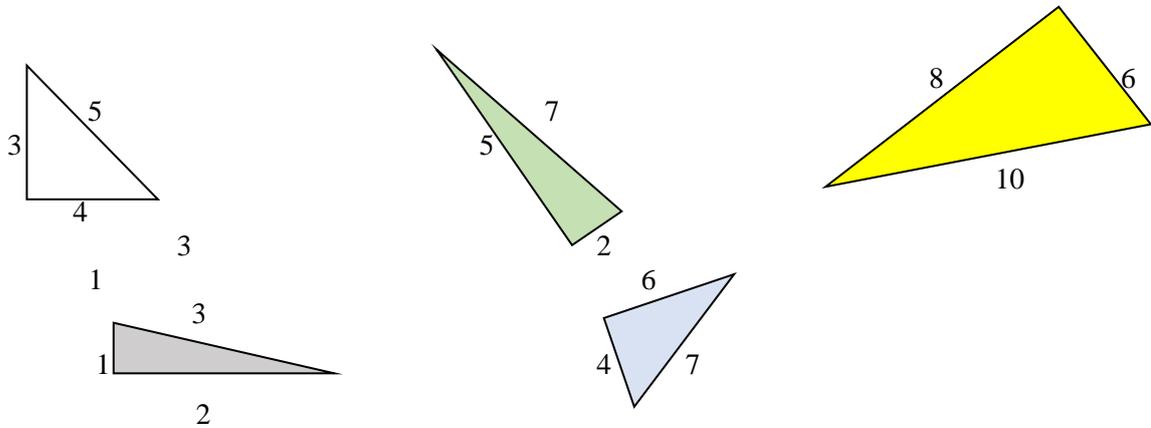
$$\begin{aligned} 25^2 &= 24^2 + x^2 \\ 625 &= 576 + x^2 \\ 625 - 576 &= x^2 \\ 49 &= x^2 \\ \sqrt{49} &= x \\ x &= 7 \end{aligned}$$

APLICANDO LO  
APRENDIDO

<p style="text-align: center;">EXAMINAR LA SOLUCIÓN OBTENIDA</p>	<p><b>FASE 4: VISIÓN RETROSPECTIVA</b></p> <p>Se debe realizar la revisión de la respuesta para comprobar si satisface y es correcta, entonces se procede a sustituir en la ecuación general del “teorema de Pitágoras”, los valores conocidos y hallados.</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">c^2 = a^2 + b^2</math> </div> <p>Ejercicio 1.  Donde: <math>a = 5</math>, <math>b = 12</math> y <math>c = 13</math>  Sustituyendo en ecuación de Pitágoras  <math>13^2 = 5^2 + 12^2</math>  <math>169 = 25 + 144</math>  <math>169 = 169</math> ok! Cumple</p> <p>Ejercicio 2.  Donde: <math>a = 8</math>, <math>b = 15</math> y <math>c = 17</math>  Reemplazando en ecuación de Pitágoras  <math>17^2 = 8^2 + 15^2</math>  <math>289 = 64 + 225</math>  <math>289 = 289</math> ok! Cumple</p> <p>Ejercicio 3.  Donde: <math>a = 24</math>, <math>b = 7</math> y <math>c = 25</math>  Sustituyendo en ecuación de Pitágoras  <math>25^2 = 24^2 + 7^2</math>  <math>625 = 576 + 49</math>  <math>625 = 625</math> ok! Cumple</p> <p>Practica.</p>
<p style="text-align: center;">CIERRE (5 min.) VALORACION COGNITIVA TAREA A REALIZAR EN CASA</p>	<p><b>DESEMPEÑO ACADEMICO:</b> El docente retroalimenta la sesión de aprendizaje mediante su ficha de actividad del estudiante.</p> <p>Los estudiantes desarrollan problemas aplicando la ecuación del “teorema de Pitágoras”, para su resolución (Anexo 3) - Práctica.</p> <p>Hemos aprendido el uso del “teorema de Pitágoras” para identificar, hallar la longitud de sus lados y resolver problemas en “triángulos rectángulos”, aplicándose la estrategia del “método de Polya”.</p> <p>La sesión ha llegado a su fin, y el docente motiva a los estudiantes a seguir practicando.</p> <p>Cuatro ejercicios a desarrollar en casa con la aplicación del “método de Polya” (Anexo 4).</p>

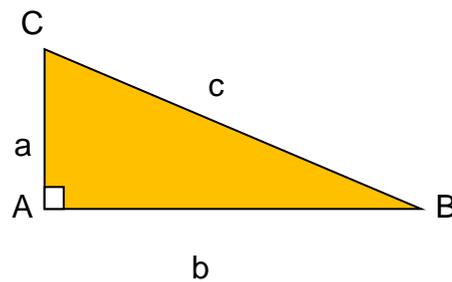
**Anexo N° 02**

Comprobar si todos los triángulos mostrados en las figuras son rectángulos (observación directa e indirecta).



**Anexo N° 03**

“Teorema de Pitágoras”

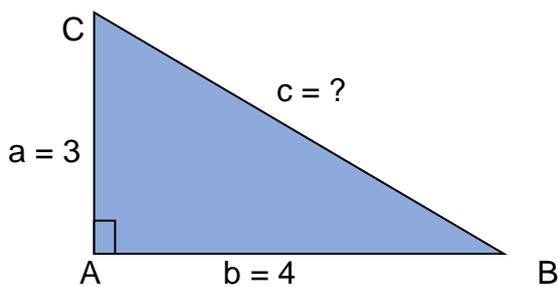


$$c^2 = a^2 + b^2$$

**Ejemplos:**

1. Sea el triángulo rectángulo recto en “A”, encontrar la hipotenusa “c” si a = 3 y b = 4.

SOLUCIÓN:



$$c^2 = 3^2 + 4^2$$

$$c^2 = 9 + 16$$

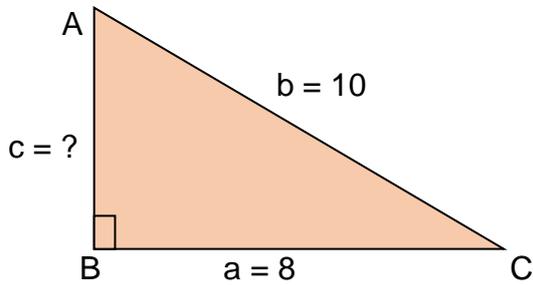
$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$c = 5$$

2. En el triángulo rectángulo recto en B, hallar el cateto “c” si  $a = 8$  y  $b = 10$ .

SOLUCIÓN:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$10^2 = c^2 + 8^2$$

$$100 = c^2 + 64$$

$$100 - 64 = c^2$$

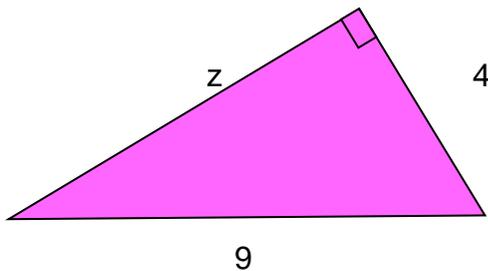
$$36 = c^2$$

$$c = \sqrt{36}$$

$$c = 6$$

3. Se tiene el triángulo rectángulo, hallar el valor “z” en:

SOLUCIÓN:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$9^2 = 4^2 + z^2$$

$$81 - 16 = z^2$$

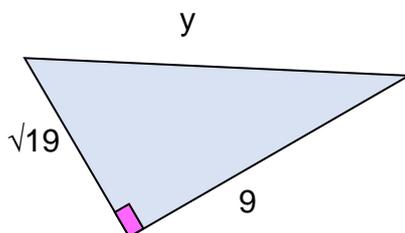
$$65 = z^2$$

$$z = \sqrt{65}$$

$$z = 8.06$$

4. Según la figura mostrada calcular “y”:

SOLUCIÓN:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$y^2 = 9^2 + (\sqrt{19})^2$$

$$y^2 = 81 + 19$$

$$y^2 = 100$$

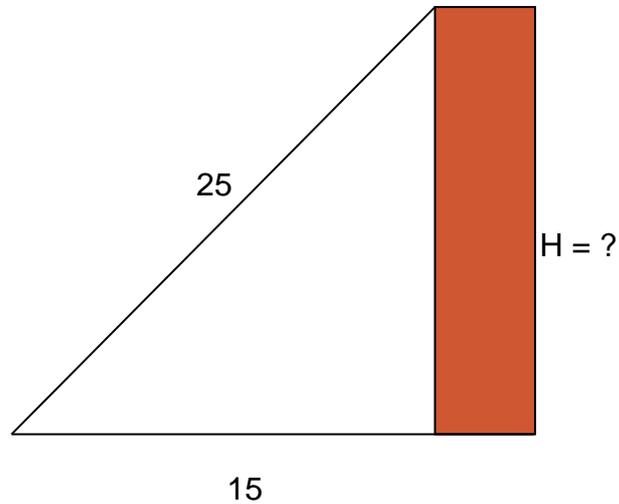
$$y = \sqrt{100}$$

$$y = 10$$

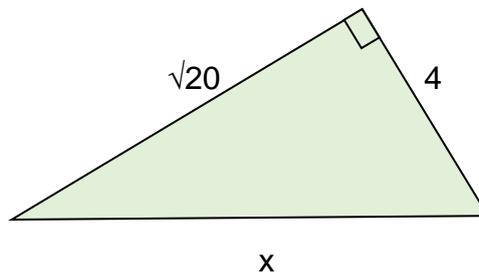
## Anexo N° 04

### Tarea para desarrollar en casa:

1. Calcular la altura "H" del siguiente edificio donde se conoce:

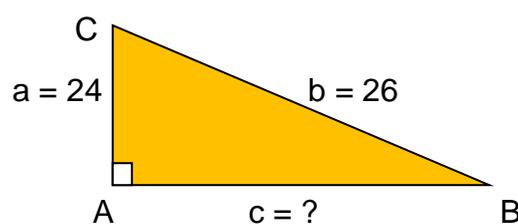


2. En la figura hallar el valor "x":



3. Se tiene un triángulo rectángulo  $\Delta ABC$  recto en B, hallar la hipotenusa si  $b = 5$  y  $a = 12$

4. Sea el triángulo rectángulo  $\Delta BAC$  recto en A, hallar el cateto "c" en la figura si  $a = 24$  y  $b = 26$



# Anexo N° 05

## Vista fachada principal del Liceo Emilio Romero Padilla



## Plano de señalización y evacuación

