LÓGICA

Roberto Juan Katayama Omura

UAP

UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

LÓGICA

Roberto Juan Katayama Omura

Fondo Editorial

LÓGICA

Roberto Juan Katayama Omura

UAP

UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

Fondo Editorial

UN LIBRO SIEMPRE ES UNA BUENA NOTICIA

LÓGICA

Roberto Juan Katayama Omura

©UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

Rector: Fidel Ramírez Prado, Ph.D
Av. Cayetano Heredia 1092, Lima 11
Teléfono: 266-0195
E-mail: webmaster@uap.edu.pe
web site: www.uap.edu.pe

FONDO EDITORIAL UAP
Director: Dr. Omar Aramayo
E-mail: o_aramayo@uap.edu.pe
Paseo de la República 1773, La Victoria, Lima
Teléfono: 265-5022 (anexo 27)

Imagen de la carátula: El pensador,
Emilio Rosenblueth

Diseño y edición gráfica: César Zambrano Durán
Corrección de texto: Miguel Guzmán Dávila

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N°

Impresión:Universidad Alas Peruanas

Primera edición: Lima, 2012

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

¿Qué utilidad puede tener la Lógica en el siglo XXI? Pues bastante, es el siglo de la ciencia y la tecnología, como la llamada "era del conocimiento". La Lógica está implícita en el razonar científico y tiene amplias e importantes aplicaciones tecnológicas como, por ejemplo, en la informática, la cibernética, los sistemas, etc. La abundancia de información y conocimiento producidos requiere, sin duda, competencias lógicas bastante desarrolladas para procesar toda esa información e incluso discriminar la información relevante de la que no lo es.

En ese sentido, la lógica, al centrarse en el estudio y desarrollo de las competencias y capacidades de la propia razón, permite distinguir el buen razonamiento del mal razonamiento, revelándosenos como el instrumento apropiado para ejercitar el pensamiento crítico.

Este ha sido, fundamentalmente, el objetivo de la Lógica desde sus remotos orígenes en la antigua Grecia. Aristóteles de Estagira, padre de la Lógica, realizó el primer estudio sistemático del razonar humano y lo plasmó en cinco textos lógicos, titulados respectivamente: Analíticos Primeros, Analíticos Segundos, Categorías, Tópicos y Refutaciones Sofísticas. Posteriormente estos textos fueron compilados por Alejandro de Afrodisia en un solo volumen bajo el título genérico de Organon, el cual en griego quiere decir: "Instrumento para pensar".

Actualmente se considera que el objetivo de la lógica es el estudio de los diversos tipos de razonamientos o inferencias así como los métodos para determinar esta validez.

Como vemos, la importancia de la lógica radica en que es un potente instrumento cuando se trata de analizar la validez o invalidez de los razonamientos sea en lenguaje natural sea en lenguaje simbólico o formal y en ese sentido puede ayudar a cualquiera -siempre que conozca bien su leyes y sepa aplicarlas a distintas circunstancias y ámbitos- a razonar de manera adecuada o válida a la vez que, por oposición, evitar razonamientos deficientes o inválidos.

El presente texto tiene por objeto realizar una presentación panorámica de las principales aplicaciones de la lógica al análisis de razonamientos en lenguaje natural u ordinario así como en lenguaje simbólico proposicional o formalizado, a un nivel básico.

PRIMERA UNIDAD

LÓGICA COTIDIANA O INFORMAL

CAPÍTULO I: Naturaleza, área de pertinencia y aplicaciones

I.1. Naturaleza
La lógica es la ciencia formal que se ocupa del estudio de la validez de los razonamientos y de los métodos para determinarla.

I.2.Área de pertinencia
El área de pertinencia es el razonamiento humano.

I.3.Aplicaciones
Irving Copi y Carl Cohen señalan que el estudio de la lógica ofrece, entre otros, los siguientes beneficios:

a)Aumento de la capacidad para expresar ideas de manera clara y concisa.
b)Incremento de la capacidad para definir los conceptos que utilizamos.
c)Desarrollo de la capacidad para la formulación de razonamientos rigurosos.
d)Incremento de la capacidad crítica.[1]

Pero sus aplicaciones no están únicamente las relacionadas con el desarrollo de las competencias racionales, también tiene aplicaciones como la inteligencia artificial, el derecho y el pensamiento científico en general.[2]

En las últimas décadas el ámbito de la lógica se ha ramificado incluso al estudio del lenguaje así como a las propias ciencias sociales.[3]

1 Cfr. Copi Irving (y) Cohen Carl: Introducción a la Lógica, México, Limusa, 1995.
2 Cfr. Alchourrón, Carlos; Méndez, José (y) Orayen, Raúl: Lógica, Madrid, Trotta, 1995, colección Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía.
3 Cfr. Varios: La Lógica en el Pensamiento Actual, Lima, Estudios Generales Letras de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 2001.

CAPÍTULO II: Argumentos

II.1. Naturaleza

Un argumento es un razonamiento en el cual se sostiene un punto de vista u opinión al tiempo que se dan razones que la fundamentan.

Así, por ejemplo, si sostenemos "este mes es agosto porque el mes pasado fue julio" es un argumento ya que estoy diciendo que "este mes es agosto" al tiempo que apoyo lo dicho con una razón ("el mes pasado fue julio").

II.2. Componentes

II.2.1.Premisa

Es el enunciado o el conjunto de enunciados que sirven de base al punto de vista u opinión que se propone en el argumento. Veamos un ejemplo:

[1] Todos los reptiles son animales de sangre fría
[2] El cocodrilo es un reptil

[3] Luego: El cocodrilo es un animal de sangre fría

Como podemos apreciar, en este caso se desea dar razones a favor de la opinión de que el cocodrilo en un animal de sangre fría (enunciado 3). Para ello se ofrecen los enunciados 1 y 2 como apoyo o sustento, estos, pues, son las premisas del argumento que estamos analizando. Como hemos podido apreciar en este ejemplo, en un argumento puede haber más de una premisa.

Por motivos didácticos hemos presentado dicho argumento de manera vertical, prácticamente separando de antemano cada una de sus partes. Sin embargo, en el mundo real se suelen presentar de manera horizontal, esto es, como un texto corrido. Veamos otro caso:

[1] Todos los ingenieros civiles son buenos en matemáticas
[2] Felipe es ingeniero civil
[3] Por lo tanto, Felipe es bueno en matemáticas

II.2.2. Conclusión

Es el enunciado que expresa la idea fundamental u opinión que se propone sostener el argumento. En ese sentido es el enunciado que se infiere de las premisas.
Ejemplo:

[1] Siempre que hay crisis financiera, hay recesión
[2] Hay crisis financiera
[3] Por tanto; hay recesión.

En este caso el enunciado 3 es la conclusión o idea que se pretende sostener. ¿Cómo lo sabemos? Pues porque se infiere de los enunciados 1 y 2.

II.2.3. Indicadores

Los llamados "indicadores", son términos que, dentro de un argumento, preceden la premisa o la conclusión. Pero ellos no siempre aparecen en todos los argumentos. No obstante lo anterior, su conocimiento es útil pues facilita enormemente la identificación de las premisas y conclusiones en los casos en que aparecen.
Los indicadores de premisa señalan una causa. Entre los principales indicadores de premisa tenemos:
"Pues"
"A causa de"
"Además"
"Teniendo en cuenta que"
"Partiendo de"
"Considerando que"
"En vista que"
"Ya que"
"Puesto que"
"Porque"

Los indicadores de conclusión señalan consecuencias. Entre los más usuales tenemos:

"En consecuencia"
"Debido a lo anterior"
"Entonces"
"Luego"
"Por tanto"
"Por lo tanto"
"Concluyo que"
"Se concluye que"
"Se establece que"
"Se deduce que"
"De ahí que"
"Se sigue que"

II.3. Clasificación
II.3.1. Inductivos

Tradicionalmente se sostenía que los argumentos inductivos eran aquellos que iban de enunciados particulares a enunciados generales. Sin embargo esta concepción fue sometida a una dura crítica en las últimas décadas por lo que ahora se sostiene que los argumentos inductivos son aquellos en los cuales la conclusión se infiere de manera probable de las premisas. Esta probabilidad puede ser mayor o menor. Ejemplo:

[1]Stalin fue dictador y fue cruel. [2]Mao fue dictador y fue cruel. [3] Castro es dictador. [4] Posiblemente Castro sea cruel.

Vemos que los enunciados 1, 2 y 3 son las premisas y que en base a ellas se infiere la conclusión. Sin embargo, del hecho de que todos los sujetos nombrados antes que Castro hayan sido dictadores y hayan compartido la característica de ser crueles, no se infiere que necesariamente Castro, por ser dictador, deba de ser también cruel. Es cierto que es altamente probable que lo sea pero no es necesario. Y en eso consiste justamente la característica básica de un argumento inductivo, la probabilidad de su conclusión.

II.3.2.Deductivos
Tradicionalmente se sostenía que los argumentos deductivos eran aquellos que iban de lo general a lo particular, sin embargo décadas atrás esta definición fue criticada por lo que actualmente se sostiene que son aquellos razonamientos cuyas conclusiones se infieren de manera necesaria de las premisas.

Ejemplo:

[1] Carlos es profesor pues [2] todos los alumnos de la sección 3 son profesores y [3] Carlos es alumno de la sección 3.

En este caso la conclusión está expuesta en el enunciado 1 el cual, si prestamos atención a los enunciados 2 y 3, se infiere de manera necesaria de estos últimos. Eso es lo que caracteriza a los argumentos deductivos; la necesidad de sus conclusiones.

II.4. Estructura formal
Como hemos visto, un argumento está conformado de una o más premisas y una conclusión (para el caso de argumentos básicos, que es el único que aquí nos interesa). Sin embargo la conclusión no va necesariamente al final ni, por tanto, las premisas van necesariamente al inicio. De otro lado, el modo en que las premisas apoyan a la conclusión varía según el tipo de premisa. Todo ello nos lleva a concluir que un argumento puede tener diferentes estructuras dependiendo del modo en que la(s) premisa(s) apoye(n) la conclusión y dependiendo de en qué orden aparezca esta última. Por lo anterior, tenemos cuatro estructuras formales:

a)Una sola premisa y una única conclusión.
b)Dos o más premisas que apoyan individualmente o por separado a la conclusión.
c)Dos o más premisas que apoyan en conjunto a la conclusión.
d)Tres o más premisas, algunas de las cuales apoyan en conjunto y otra(s) apoya(n) por separado la conclusión.

a)Primera estructura:
Partamos del siguiente argumento:

El perro está vivo, entonces el perro no está muerto.

Nuestro primer paso debe ser identificar cuántos enunciados tiene. En este caso el argumento posee dos enunciados:

(1)[El perro está vivo,] entonces (2)[el perro no está muerto]

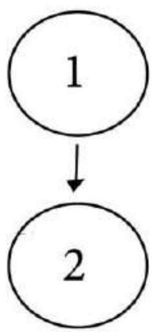
Nuestro segundo paso es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión.

En este caso nosotros sabemos que "el perro no está muerto" gracias a que tenemos la información de que "el perro está vivo". Por si ello fuera poco, tenemos la ayuda adicional de que aparece el término "entonces" que, como hemos aprendido, es un indicador de conclusión.

Partiendo de lo establecido, podemos concluir:

Premisa: "El perro está vivo"
Conclusión: "El perro no está muerto"

Determinada la premisa y la conclusión del presente argumento pasamos al siguiente paso, el cual consiste en representar de manera gráfica su estructura interna.



b)Segunda estructura
Partamos del siguiente argumento:

El Sr. Matías está muerto: él falleció en 1933 y está enterrado en el cementerio Descansa en Paz.

Como ya sabemos, lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene el argumento. En este caso el argumento posee tres enunciados:

(1)[El Sr. Matías está muerto.] (2)[él falleció en 1933] y (3) [está enterrado en el cementerio Descansa en paz.]

El siguiente paso es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión.

Si sabemos que alguien falleció en 1933 podemos deducir que está muerto pero si sabemos que está muerto no podemos deducir qué día o año murió. Por otro lado, si alguien está enterrado en el cementerio Descansa en Paz, es obvio que está muerto, sin embargo, del hecho de que alguien esté muerto no podemos deducir dónde esté sepultado.

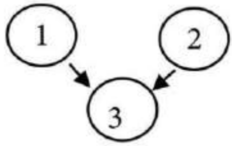
Efectuado este análisis lógico semántico, podemos concluir lo siguiente:

Premisas (P) : "Él falleció en 1933"
"Está enterrado en el cementerio Descansa en Paz"
Conclusión (C): "El Sr. Matías está muerto"

Aquí tenemos un argumento con dos premisas por lo que tenemos que analizar si la conclusión depende para su validez de ambas premisas o si sería suficiente una sola premisa para poder inferirla.

Una vez establecido cómo funciona estructuralmente el argumento, pasamos al quinto paso: representar de manera gráfica su estructura interna. Si alguien está enterrado en algún cementerio es obvio que está muerto, por otro lado, si alguien falleció en 1933 es también obvio que está muerto.

Como la conclusión puede inferirse independientemente de cada una de las premisas, se hace uso de flechas individuales.



De este modo podemos concluir que la segunda estructura se presenta cuando tenemos dos o más premisas que apoyan de manera individual a la conclusión:

c)Tercera estructura:
Partamos del siguiente argumento:

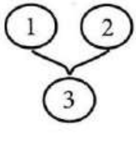
Hoy es julio pues este mes son las Fiestas Patrias y las Fiestas Patrias son en julio.
Lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene. En este caso el argumento posee tres enunciados:

(1)[Hoy es julio,] pues (2)[este mes son las Fiestas Patrias] y además sabemos que (3) [las Fiestas Patrias son en julio.]

Lo segundo es identificar la(s) premisa(s) y la conclusión:

Premisas : "Este mes son las Fiestas Patrias"
"Las Fiestas Patrias son en julio"
Conclusión : "Hoy es julio".

Si no supiéramos que las Fiestas Patrias peruanas son en julio, no podríamos inferir, solo mediante la información de que este mes son las Fiestas Patrias, que hoy es julio. De ahí que, para poder deducir la conclusión se requiere de ambas premisas.



De este modo podemos concluir que la tercera estructura se presenta cuando tenemos dos o más premisas que apoyan el conjunto la conclusión. Las llaves indican que este apoyo es en conjunto.

d)Cuarta estructura:
Analicemos el siguiente argumento:

"Todos los perros son mamíferos. Taesuk es un perro. Por tanto, Taesuk es mamífero. Además se nos ha informado que Taesuk está lactando."

Al igual que en el caso anterior, lo primero que tenemos que hacer es identificar cuántos enunciados tiene. En este caso el argumento posee cuatro enunciados:

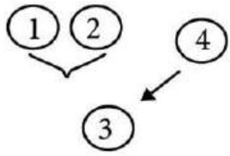
(1)[Todos los perros son mamíferos.] (2)[Taesuk es un perro] Por tanto (3) [Taesuk es mamífero.] Además (4)[se nos ha informado que Taesuk está lactando]

En segundo lugar tenemos que identificar la(s) premisa(s) y la conclusión.
Partiendo de lo anterior, podemos establecer lo siguiente:

Premisas (P) : "Todos los perros son mamíferos"
"Taesuk es un perro"
"Se nos ha informado que Taesuk está lactando"
Conclusión (C): "Taesuk es mamífero".

A diferencia del caso anterior, aquí tenemos un argumento con tres premisas. Se requiere analizar si la conclusión depende para su validez de todas las premisas en conjunto o si sería suficiente una sola premisa para poder inferirla.

Una vez establecido el modus operandi del argumento, pasamos al quinto paso; representar de manera gráfica su estructura interna.



De este modo podemos concluir que la cuarta estructura se presenta cuando tenemos tres o más premisas y una conclusión pero, la conclusión puede derivarse de manera directa de, por lo menos, una de las premisas con absoluta independencia de las otras y a su vez puede también derivarse de dos o más premisas, pero no todas, actuando en conjunto. De ahí el por qué representemos la manera como las premisas apoyan a la conclusión a través de flecha independiente por el lado de la premisa de la cual se deriva de manera directa e independiente la conclusión, pero a su vez abarquemos mediante una llave las premisas que en conjunto permiten derivar la conclusión.

Actividad

I.Distinguiendo párrafos que son argumentos de párrafos que no lo son

En cada uno de los siguientes párrafos determine cuáles son argumentos. Para aquellos que lo sean, identifique la(s) premisa(s) y la conclusión así como también represente gráficamente su estructura. Si no son argumentos, establezca el tipo de expresión al que pertenecen y explique por qué.

1)La plata, el mercurio y otros metales, a excepción del hierro y el zinc son insolubles diluidos en ácido sulfúrico, porque no tienen suficiente afinidad con el oxígeno para tomarlo de su combinación sea del azufre o ácido sulfúrico o hidrógeno.

2)Si el testigo dijo la verdad entonces el mayordomo estaba en la escena del crimen. El mayordomo no estaba en la escena del crimen. Por consiguiente, el testigo no dijo la verdad.

3)No es el caso que las semillas estén podridas o el abono esté malogrado. Si las aguas para el regadío son ácidas entonces el abono está malogrado. En consecuencia, las semillas no están podridas y las aguas para el regadío no son ácidas.

4)En los lenguajes hechos por el ser humano, la información se transmite por medio de signos, que pueden ser señas, gritos, palabras, volutas de humo, combinación de colores, etc. Los lenguajes humanos son sistemas de signos que representan algo ya sean solos o combinándolos. Una palabra puede usarse con dos o más significados distintos o también es común que dos palabras distintas tengan el mismo significado. Estas imprecisiones del lenguaje natural hacen que disfrutemos de los chistes y de expresiones cómicas. La simbolización del lenguaje lógico permite examinar las formas del pensamiento y sus leyes.

5)El oro es metal y brilla, la plata es metal y brilla, el cobre es metal y brilla. Probablemente todos los metales brillan.

II. Argumentos deductivos y argumentos inductivos

Identifique cuáles son los argumentos deductivos y cuáles son argumentos inductivos.

1)Todos los graduados de esta Universidad consiguen trabajo. Por lo tanto, Pedro conseguirá trabajos ya que él es graduado de esta universidad.

2)Hitler fue un dictador y fue cruel. Stalin fue un dictador y fue cruel. Fidel Castro es un dictador. Por lo tanto, probablemente Fidel Castro es cruel.

3)Puesto que la educación estatal en el Perú fracasa en mejorar los niveles académicos tanto en primaria como en secundaria, es muy posible que los estudiantes desertarán.

4)Tanzania tiene más territorio que Uganda, debido a que Tanzania tiene más territorio que Kenya y Kenya tiene más territorio que Uganda.

5)Si aumenta el precio de la gasolina entonces nuestra moneda se devalúa. Si nuestra moneda se devalúa entonces la inflación se eleva. En consecuencia, si aumenta el precio de la gasolina entonces la inflación se eleva.

6)La mayoría de las aves grandes no vuelan y corren rápido. Es posible que el avestruz que es un ave grande, corra rápido.

7)Sus ventas serán elevadas siempre que sus precios sean bajos. Si su mercadería es de buena calidad entonces sus clientes estarán satisfechos. Además, si cumple con la SUNAT y sus ventas son elevadas, entonces sus clientes aumentan. Así, si sus clientes aumentan y cumplen con la SUNAT entonces sus ventas son elevadas.

8)Todos los animales son mortales. Todos los humanos son animales. Por lo tanto, todos los humanos son mortales.

9)Todos los mamíferos tienen alas. Todas las ballenas tienen alas. Por lo tanto, todas las ballenas son mamíferos.

10)Entre los animales el cáncer se debe frecuentemente a un virus. El hombre es un animal. Por lo tanto, es probable que los virus sean frecuentemente la causa del cáncer humano. (Mario Bunge).

11)En una muestra al azar de estudiantes universitarios equivalentes a la centésima parte de la población de estudiantes universitarios, se halló que el 10% dominaba su lengua materna. Por tanto es probable que en la población total de estudiantes universitarios, el 10% domine la lengua materna de muestra a población.

12)Si una corriente eléctrica pasa cerca de una aguja magnética, esta se desvía. Una determinada aguja magnética ha sufrido una desviación. Por tanto es posible que exista una corriente eléctrica cerca de esa aguja.

CAPÍTULO III: Funciones y niveles del lenguaje

III.1. Funciones del lenguaje
III.1.1. Función informativa

Es aquella que utilizamos cuando comunicamos datos, y en general cualquier tipo de enunciado verificable. Los enunciados formulados en esta función pueden ser verdaderos o falsos. Un caso típico de lenguaje en función informativa es el de los noticieros.

Ejemplos:

a)Ollanta Humala es presidente del Perú.
b)Está nublado.

III.1.2.Función directiva o imperativa

Se utiliza para comunicar órdenes y directivas. Los enunciados formulados en esta función no son ni verdaderos ni falsos sino únicamente posibles de cumplir o imposibles de ser cumplidos. Un caso típico de lenguaje en función directiva es el de las órdenes.

Ejemplos:

a)Prohibido fumar.
b)No estacionar.
c)Doblar a la derecha.

III.1.3.Función emotiva o expresiva

Comunica sentimientos y emociones. Los enunciados en esta función no son ni verdaderos ni falsos sino sinceros o insinceros. Un caso típico de lenguaje en función emotiva es el de las canciones.

Ejemplos:

a)Te amo.

b)Quiero escribir los versos más tristes hoy, porque la he perdido.

III.2.Niveles de lenguaje
III.2.1. Lenguaje objeto

Enunciados que refieren a un suceso, hecho o fenómeno.

Ejemplo:

a)Hoy es domingo.
b)Estudio y trabajo.
c)Pérez Godoy fue presidente del Perú.

III.2.2. Metalenguaje

Como su nombre lo indica, es un lenguaje del propio lenguaje, esto es, un enunciado que refiere a otro enunciado

Ejemplo:

a)El letrero dice prohibido fumar.
b)Basadre sostuvo que Castilla fue el primer presidente peruano en ordenar las finanzas del Estado elaborando un presupuesto nacional.

Actividad

I.Determine las funciones del lenguaje
a)Por favor señor Pepe, no vuelva usted a llegar tarde.
b)Anoche escuché un sonido fascinante pero muy extraño.
c)Si pudiera saber lo que hay en su corazón, mis angustias por ella serían menores.
d)A lo largo de mi vida he amado mucho y odiado poco.
e)Realmente me encuentro contento por tu matrimonio.

II.Diferencie los enunciados en Lo y en Lm

a)Napoleón fue emperador de Francia.
b)Carlos Boloña fue Ministro de Economía.

c)Adam Smith escribió La Riqueza de las Naciones.
d)Hernando De Soto es un famoso economista peruano.
e)Estoy enamorada de mi pareja.
f)Según dijo María, la Enciclopedia Británica sostiene que Napoleón fue emperador de Francia.
g)Mi amigo Jorge dice que el Compendio de Historia de Perú de Gustavo Pons Muzzo sostiene que Carlos Boloña fue Ministro de Economía.
h)Mi profesor de Historia del Pensamiento Económico dijo ayer que Adam Smith escribió La Riqueza de las Naciones.

CAPÍTULO IV: Falacias

IV.1.Naturaleza

Las falacias son enunciados o razonamientos lógicamente inválidos. Sin embargo su peligrosidad radica en que son psicológicamente convincentes.

IV.2. Clasificación

1.Falacias formales.
2.Falacias no formales.

IV.2.1. Falacias formales

Relacionadas con las leyes de la lógica formal. Constituyen fórmulas o esquemas de fórmulas aparentemente correctos pero si son analizados formalmente se revelan como inválidos.

IV.2.2. Falacias no formales

Son errores de razonamientos que se producen en un contexto no formalizado; razonamientos cotidianos formulados en lenguaje natural. Las falacias no formales se dividen a su vez en dos grupos:

1)Falacias de atinencia.
2)Falacias de ambigüedad.

IV.2.2.1. Falacias formales
IV.2.2.1.1. Afirmación del consecuente

Se debe a un error de razonamiento aplicado a una relación formal de condicionalidad y consiste en lo siguiente: se piensa si se da A se da B, por lo que si se da B es porque se dio A. Una caso en lenguaje natural nos aclarará mejor esto:

Si practico, entonces apruebo
Aprueba
∴ Practico

Desde un punto de vista formal, esta falacia tiene la siguiente estructura genérica:

$A \rightarrow B$
B
$\therefore A$

En una relación condicional, como lo es la primera premisa, podemos inferir que si se da el antecedente o causa deberá de darse necesariamente el consecuente o efecto pero, si se da el consecuente o efecto no debe darse necesariamente la causa. Un ejemplo en lenguaje natural aclarará mejor lo dicho hasta ahora. Sea el siguiente caso:

Si salto el acantilado, me fracturo las piernas
Me fracturo las piernas
∴Salto del acantilado

4.2.2.1.3.Negación del antecedente

Se comete debido a un error de razonamiento aplicado a una relación formal de condicionalidad y consiste en lo siguiente: se piensa si se da A se da B, por lo que si NO se da A, consecuentemente no se debe dar B. Un caso en lenguaje natural nos aclarará mejor esto:

Si hago actividad física, entonces disminuyen mis niveles de colesterol.

No hago actividad física
∴No disminuyen mis niveles de colesterol

Desde un punto de vista formal, esta falacia tiene la siguiente estructura genérica:

$$\begin{array}{l} A \longrightarrow B \\ \underline{\sim A} \\ \therefore \sim B \end{array}$$

El punto esencial de la falacia está en lo siguiente: En una relación condicional, como lo es la primera premisa, podemos inferir que si se da el antecedente o causa deberá de darse necesariamente el consecuente o efecto pero, de NO se da el antecedente o causa no se sigue que no deba darse necesariamente el efecto, pues dicho efecto podría tener otra causa. Un ejemplo en lenguaje natural aclarará mejor lo dicho hasta ahora. Sea el siguiente caso:

Si voy al gimnasio, entonces mejora mi condición física
No voy al gimnasio
∴ No mejora mi condición física

Como vemos, es claro que este razonamiento es falaz ya que hay un sinnúmero de modos en que uno puede mejorar su condición física sin ir al gimnasio (por ejemplo; nadando, saliendo a trotar a la calle, paseando en bicicleta, etc.).

4.2.2. Falacias no formales
4.2.2.1.Falacias de atinencia

1. Apelación a la fuerza

Consiste en el uso de la fuerza o a la amenaza de fuerza para fundamentar una tesis o una conclusión. Sin embargo tiene que hacerse de manera indirecta pues no debe parecer de primera instancia que es una amenaza. Por ejemplo:

1.Claro que Papá Noel existe, pero solo trae regalo a los niños que creen en él.
2.La empresa requiere únicamente de personal que llegue puntualmente e incluso, si puede, antes. De manera que señor X, le rogamos no volver a llegar tarde.

En el primer ejemplo se cometa la falacia de apelación a la fuerza debido a que la persona fundamente el hecho de tener que creer en Papá Noel recordándole al otro que si no cree entonces no tendrá regalo esta navidad.

En el segundo caso se fundamenta el pedido de no volver a llegar tarde en una amenaza velada; si el señor X vuelve a llegar tarde posiblemente será despedido.

2. Argumento contra el hombre

Esta falacia se comete cuando se ataca a la persona y no a lo que sostiene o piensa. Tiene dos variantes: ad hominem ofensivo y ad hominem circunstancial.

En el ofensivo se ataca directamente a la persona. Por ejemplo:

Respecto a las críticas del Dr. Pérez a la política económica del actual gobierno, ni siquiera me tomo las molestias en responderlas, pues cuando él fue ministro de economía nuestro país sufrió la peor inflación de su historia.

Se comete la falacia del argumento contra el hombre porque en vez de refutar las tesis económicas del ministro mediante argumentos económicos, se las intenta refutar atacándolo y calumniándolo.

En el circunstancial se aprovecha el contexto o circunstancias para sembrar dudas. Por ejemplo:

Usted sostiene que los ingleses son puntuales y los peruanos impuntuales pero eso no es cierto lo que pasa es que usted, como inglés que es, tiene que hablar bien de sus connacionales.

3. Apelación a la ignorancia

Esta falacia se comete cuando se alude que una proposición o tesis debe ser verdadera ya que no se ha demostrado su falsedad, o bien, en que debe ser falsa ya que hasta el momento no se ha demostrado su verdad. Ejemplos:

a)La mejor prueba que los fantasmas existen es que hasta ahora nadie ha podido demostrar que no existen.

Se comete aquí la falacia del argumentum ad ignorantiam debido a que del hecho de no haberse podido probar la no existencia de fantasmas, se establece la existencia de este. Además, ¿cómo podríamos probar la no existencia de algo?

b) Si bien no hemos podido probar que el señor ha evadido impuestos, hasta ahora el señor tampoco ha podido demostrar de manera concluyente que no lo ha hecho. Por lo tanto es culpable de defraudación tributaria.

Aquí se comete la falacia del argumento por ignorancia debido a que pese a no haber podido probarse que el sujeto ha cometido fraude fiscal; del hecho de no haber demostrado el no haberlo cometido, se está concluyendo que sí lo ha cometido.

4. Apelación a la misericordia

Esta falacia se comete cuando para lograr que se acepte una tesis o conclusión determinada se realiza un llamado a la piedad, o sea; se alude a razones "piadosas". Ejemplo:

Señores pasajeros, damas y caballeros, tengan ustedes muy buenas y cordiales tardes. Yo soy un joven estudiante y a la vez trabajador que por esas cosas de la vida se encuentra desempleado. Es por esta razón que me veo obligado a subir a este vehículo a vender caramelos para así poder llevar un tarro de leche o una pieza de pan a mi hogar. Por favor ayúdame, no me des la espalda y más bien levántame la moral comprándome estas golosinas a diez céntimos la unidad. Gracias.

Aquí se comete la falacia del argumentum ad misericordiam puesto que se alude únicamente a razones piadosas para convencernos, en este caso, de comprar caramelos. Lo lógico sería convencer a la gente que quiere o desea consumir caramelos a la vez que demostrarle que los que vende él tienen la mejor relación calidad-precio.

5. Apelación al pueblo

Esta falacia se comete cuando se apela a las pasiones y al entusiasmo de la multitud con el fin de ganar su asentimiento para la aceptación de alguna tesis o argumento. Una variante de esta falacia consiste en sostener que una tesis o conclusión debe ser aceptada porque "todo el mundo" o "la gran mayoría" la acepta. Por ejemplo:

Tome Piero Cola, la única bebida de sabor nacional.

Aquí se hace uso de la apelación al pueblo puesto que se está aludiendo a los sentimientos patrióticos de los peruanos para que se sientan motivados a consumir dicha bebida gaseosa. Además ¿a qué sabe el Perú?

6. Apelación inapropiada a la autoridad

Se comete esta falacia cuando se apela a autoridades de un campo determinado para sustentar tesis o reforzar conclusiones de un campo distinto al de la competencia de las autoridades citadas.

El divorcio es una aberración. La mejor prueba es la condena de este por parte del Vaticano.

En este ejemplo se comete la falacia de la apelación inapropiada a la autoridad debido a que el Vaticano es una autoridad religiosa y no una autoridad jurídica, sin embargo, la tesis en cuyo apoyo es citado es una tesis jurídica.

7. Pregunta compleja

Se comete esta falacia cuando la pregunta que se formula supone que ya anteriormente el interlocutor ha respondido a una pregunta aunque en realidad esta no ha sido formulada. Por ejemplo:

¿Es usted el empleado alcohólico que siempre llega tarde?

Aquí se comete la mencionada falacia pues hay en realidad dos preguntas como si fueran una sola; la primera pregunta es si él es el empleado alcohólico y la segunda pregunta es si él es el empleado que llega tarde.

8. Petición de principio

Consiste en tomar como premisa de un razonamiento cierta tesis o idea que requiere una demostración previa pero que en el razonamiento se da ya por demostrada, en otras palabras, esta falacia se comete cuando se da por sentado aquello que se quiere demostrar. Por ejemplo:

Como mi defendido es provinciano, él no puede ser el estafador ya que los provincianos son honestos.

Aquí el abogado comete la petición de principio al asumir que el cliente, por ser provinciano, es honesto, cuando es justo ello lo que se está cuestionando en la acusación.

9. Círculo vicioso

Consiste en sostener la validez de la conclusión aludiendo a la validez de la premisa y, a su vez, la validez de la premisa aludiendo a la validez de la conclusión. Ejemplo:

Patricia dice que soy su mejor amiga y debe decir la verdad pues nadie le miente a su mejor amiga.

En este caso, la falacia se comete porque la persona asume que Patricia, al decirle que es su mejor amiga, le está diciendo la verdad porque es su mejor amiga. Como podemos apreciar, el argumento da vueltas sobre lo mismo.

10. Causa falsa

Consiste en tomar como causa de un suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc. otro suceso, fenómeno, acontecimiento, hecho, etc. que no es realmente su causa, basado únicamente en el supuesto de que el último precedió al primero. Ejemplo:

Hoy tuve un día pésimo. Todo comenzó cuando me caí de la cama; esa fue la causa de todas mis desgracias ya que fue lo primero que hice.

Aquí se comete la falacia de causa falsa porque se asume que la causa de haber tenido un mal día es el primer acontecimiento negativo que sucedió aquel día -la caída de la cama- bajo el supuesto de que como ese fue el primer hecho "desgraciado del día", debe ser el causante de todos los otros hechos.

Lo lógico sería aquí buscar determinar de manera detallada cada uno de los acontecimientos negativos del día así como el contexto en que estos sucedieron para poder así determinar de manera racionalmente válida las verdaderas causas de estos acontecimientos infaustos del día.

IV.2.2.2.Falacias de ambigüedad

1. Anfibología

Se comete esta falacia cuando una persona se expresa de manera vaga o poco rigurosa, hasta tal punto que su frase puede interpretarse de diversas maneras sin que, al interior de la propia frase, haya manera de determinar cuál es la interpretación correcta. En otras palabras, el significado es abierto. Veamos un ejemplo:

Se regala perro raza bulldog. Cariñoso. Come de todo. Le encantan los niños.

En esta frase se está cometiendo la falacia de anfibología puesto que no se puede determinar, únicamente a través de la frase, si le encanta jugar y estar en compañía de niños o más bien le encanta morder y/o comer niños (y tal vez por eso lo estén regalando).

2. El equívoco

Muchas palabras tienen dos o más significados, ello de por sí no es problemático si se tiene en cuenta dicha distinción. Por ejemplo, el término "hábito" puede aludir a "costumbre" como también a "vestimenta de religiosos y religiosas". De por sí esta múltiple significación no es problemática, el problema acontece en realidad solo cuando no se hace dicha distinción significativa, lo que genera confusiones.

Por lo anterior, concluimos que esta falacia se comete cuando se utiliza un mismo término con dos significados distintos al interior de un mismo contexto pero sin hacer la respectiva distinción semántica. De este modo el significado es mal interpretado llevando a establecer puntos de vistas distintos a los originales. Por ejemplo:

Como todo lo consumado está acabado y Miriam es una profesora consumada, concluimos que Miriam está acabada como profesora.

En este caso la falacia de equívoco se comete debido a que el término "consumado" se entiende en dos sentidos; en un primer momento es equivalente a "ruinoso" mientras que en un segundo momento es equivalente a "experto". El no distinguir estos dos significados distintos en el mismo término es lo que ha llevado a este error de razonamiento.

3. El énfasis

Esta falacia se comete cuando se resalta o enfatiza alguna palabra o frase al interior de un contexto más amplio, lo que lleva a interpretar de manera distinta la información original. Por ejemplo:

En los titulares de las noticias escuchamos: "Incendio en el Mercado Central: 50 muertos y 300 heridos" Pero luego de unos minutos, cuando pasan a ocuparse de la noticia antes mencionada, agregan: "Ayer se realizó un simulacro de incendio en el Mercado Central. De haberse tratado de un auténtico incendio las pérdidas y daños en vidas humanas habría sido de 50 muertos y 300 heridos."

En el ejemplo que acabamos de dar se nota con bastante evidencia que al relievar solo una parte de la noticia, esta fue pasible de mal interpretación.

4. Composición

Se comete esta falacia cuando trasladamos o transferimos una propiedad o característica exclusiva de la parte al todo. Veamos un ejemplo:

Como la mano, el ojo, el pie y cada una de las partes de un ser humano tiene un función que le es propia, se puede concluir que el ser humano debe también de tener una función que le es propia.

Aquí la falacia se comete porque el tener una función propia es característica de cada una de las partes del cuerpo del ser humano pero de ello no podemos inferir que el todo tiene también una función propia.

5. Descomposición

Se comete esta falacia cuando trasladamos una propiedad exclusiva del todo a la parte. Por ejemplo:

Como Mario Vargas Llosa ha ganado el Nobel de Literatura 2010 por la totalidad de su obra literaria, cada una de sus obras debe ser una obra maestra merecedora del Nobel.

Aquí la falacia se comete porque la característica de ser merecedora del Nobel de literatura es de la totalidad de la obra de Vargas Llosa y no de cada una de ellas en particular.

Actividad

I.Determine la falacia

1."Cómo le vamos a creer sus afirmaciones sobre que el fumar es nocivo para la salud, si Ud. es fumadora".
2."Para terminar mi discurso y antes de que oigan a mi oponente, de-

seo manifestarles que todas las personas que se oponen a mi propuesta son personas que dan más importancia a sus oscuros intereses personales antes que a los institucionales".
3."¡Cómo vamos a aceptar lo que dice Fulano!, ¡Esa es una idea que defienden los comunistas!".
4."¿Cómo puedes afirmar que la bicameralidad no es la forma más adecuada de organizar el Parlamento, si todos los miembros de nuestra bancada estamos de acuerdo en que la bicameralidad es la mejor?
5. "Cómo se te ocurre comparar los principios de Santo Tomás sobre la pedagogía con el moderno constructivismo, si santo Tomás es una persona que vivió en el siglo XIII y el Constructivismo es la pedagogía del siglo XXI".
6."Que los parlamentarios cobren 16 sueldos al año es correcto, porque la mayoría del Parlamento votó por esa norma".
7."Yo sé que San Pedro me va a ayudar, por eso voy a apostar mi sueldo en la quinta carrera".
8."La teoría de la evolución no puede ser verdadera, porque si lo fuera querría decir que no somos mejores que los monos".
9."Te digo que el trámite que te estoy sugiriendo es conveniente, porque así quedarías muy bien en opinión de nuestro jefe".
10."Pienso que debes ir inmediatamente al dentista, en cualquier momento te puede comenzar a doler la muela y no podrás comer".
11. "Estoy seguro de que usted que es una persona más reconocida en estos temas y de una preclara inteligencia, estará de acuerdo conmigo en que..."
12."Veo que estás de acuerdo con el proyecto de la nueva ley de Comunidades Indígenas, pero, ¿sabes que quien la ha propuesto es el parlamentario que presentó la ley que te ha dejado sin beneficios sociales?".
13.Si una decisión atañe al cuerpo de una persona, esta persona tiene el derecho de tomar esa decisión. La interrupción del embarazo es una decisión que atañe al cuerpo de la mujer. Luego, la mujer tiene derecho de decidir la interrupción del embarazo.

SEGUNDA UNIDAD

LÓGICA PROPOSICIONAL

CAPÍTULO I : La proposición y otros enunciados

I.1. Naturaleza

Una proposición es un enunciado que puede ser verdadero o falso. Ejemplos de proposición:

Hoy es sábado o no lo es.
Estoy en Islandia.
Toledo fue un virrey.
México fue un imperio.
$2 + 2 = 4$
$3 + 3 = 33$

I.2. Clasificación
I.2.1. Proposiciones atómicas

Llamadas también "simples", son aquellas que carecen de uniones o conexiones así como también de negaciones.

Una unión o conectiva son términos de enlace que, en el lenguaje común, sirven para unir dos o más oraciones y, en este caso, para unir dos o más proposiciones, o para negar una proposición. Son términos tales como: "y", "pero", "entonces", "luego", "no", "no es el caso que", etc.

Ejemplos:

Hoy es jueves.
Tengo 34 años.
Soy de Piura.
$2= 40$
$25= (2 + 5)$

I.2.2. Proposiciones moleculares

Son la negación de proposiciones simples o la unión de un mínimo de dos proposiciones simples. Son llamadas también "complejas" o "moleculares".

Ejemplos:

Aristóteles está jugando y María está viendo televisión.
Ella no es mi madre.
Utilizamos software de marca o software libre.

I.3. Enunciados elípticos y descripciones definidas
I.3.1. Enunciados elípticos

Podemos decir que son proposiciones abreviadas, en la medida que son enunciados que pueden ser verdaderos o falsos. Sí son proposiciones en cambio los enunciados elípticos o abreviados. Por ejemplo:

En vez de decir: "Está lloviendo", decimos: "Llueve".
En lugar de decir: "En estos momentos en el cielo de Lima se divisa un arco iris", decimos: "Arco iris".
En vez de decir: "Este objeto es un computador", sostenemos: "Computador".

I.3.2. Descripciones definidas

Una descripción definida es un conjunto de signos que reemplazan a un sustantivo o nombre propio que designa a una entidad concreta y específica, por alguna característica única o especial de la entidad designada por dicho nombre propio, por ejemplo:

En vez de decir "Héctor Chumpitaz", decimos: "El capitán de América".
En vez de decir "Andrés Avelino Cáceres", decimos: "El héroe de la Breña".
En vez de decir: "Manco Cápac", decimos: "El primer Inca".

Actividad

I.Determine qué casos son proposiciones, descripciones definidas y enunciados elípticos

a)2 + 2= 4
b) El caballero de los Mares.
c)Llueve.
d)Lima es la capital del Perú.
e)Hoy es viernes.
f)Algunos alumnos son menores de edad.
g)Luisa María es una alumna de la UAP.
h)La lógica es una ciencia exacta.

II.Determine si son proposiciones simples o compuestas

a)Luis estudia administración en la UAP.
b)Mafalda es amiga de Susanita.
c)La distancia más corta entre dos puntos no es siempre una recta.
d)Hay clases hoy día.
e)No es verdad que un mes tenga menos de 28 días.
f)La lógica no clásica no es complicada.

CAPÍTULO II: Sintáctica de la lógica proposicional: el lenguaje simbólico

II.1. Naturaleza de la sintáctica

La llamada "sintáctica" es el aspecto de la lógica relacionada única y exclusivamente con el uso de los signos lógicos así como las reglas lógicas que rigen su combinación formal. Es similar a la gramática de una lengua natural, como sabemos la gramática norma cómo se escriben las palabras y los términos en una lengua y cómo se combinan entre sí, mas no indica el significado de dichos términos. Ilustremos lo anterior con un ejemplo:

Por gramática castellana sabemos que casa se escribe "casa" y no "khaza", esto es lo que norma la gramática. Aunque ella no nos dice qué quiere decir "casa". En otras palabras nos rige el sentido o combinación de los símbolos del alfabeto castellano pero no su sentido o significado. Del mismo modo la sintáctica de la lógica formal regula el modo en que los diferentes símbolos del lenguaje formal de la lógica deben de combinarse aunque no interpreta o da sentido a dicha combinación.

Pasemos pues a presentar los símbolos de la lógica proposicional así como las reglas que regulan la combinación de estos.

II.2. El lenguaje de la lógica proposicional
II.2.1. .Símbolos primitivos

1.Variables proposicionales: Son símbolos que representan o están en lugar de una proposición simple.

p, q, r, s, t…

2.Conectores u operadores lógicos: Son símbolos que niegan o unen proposiciones simples

$\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$

Estos se interpretan del siguiente modo:

SÍMBOLO	FUNCIÓN	NOMBRE	LECTURAS COMUNES
$\sim$	Negar	Negación	'no' / 'no es el caso que'
$\wedge$	Unir o agregar	Conjunción	'y' / 'pero' / 'además' / ','
V	Separar o alternar	disyunción simple o débil	o' /','
$\rightarrow$	Establecer	Condicional	'si … entonces'/'si
	relación de causalidad		…,...'/'...luego …'
$\leftrightarrow$	Establecer dependencia mutua	Bicondicional	'...si y sólo si...'/'... entonces y sólo entonces....'

3.Signos de agrupación : Son símbolos que permiten ordenar, jerarquizar u organizar estructuras formales.

( ), [ ], { }, …

II.2.2.Reglas de formación

1.Todo símbolo proposicional es una fórmula bien formada (FBF en lo sucesivo).
2.Si A es una FBF, entonces A también lo es.
3.Si A y B son FBFs, entonces:

a.A^B también lo es.
b.A v B también lo es.
c.$A \rightarrow B$ también lo es.
d.$A \leftrightarrow B$ también lo es.

4.Una fórmula es una FBF si y solo si es el resultado de la aplicación de la reglas anteriores.

Actividad

I.Determine si son FBF

1) $[p \wedge p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r] \rightarrow [q \wedge r]$

____

2) $[(\sim p \rightarrow q \vee r) \wedge (\sim q \wedge \sim r)] \rightarrow p$

____

3) $[p \rightarrow q \wedge q \rightarrow r \wedge r \rightarrow s] \rightarrow [p \rightarrow s]$

____

4) $[(\sim p \wedge q) \rightarrow \sim r)] \leftrightarrow [(r \wedge \sim (p \vee \sim q)]$

____

CAPÍTULO III: Semántica de la lógica proposicional: valores de verdad

III.1. Naturaleza de la semántica

La semántica es la parte de la lógica formal que se ocupa de la interpretación de los símbolos y estructuras lógicas. En otras palabras, están relacionadas con el significado o manera de entender y/o comprender dichos símbolos.

En el caso de un lenguaje natural la semántica estaría relacionada con el significado de las palabras y términos.

III.2. Semántica: los valores de verdad

En el caso que estamos estudiando, la lógica proposicional, esta se ocupa de la interpretación de las variables proposicionales, los operadores proposicionales y las estructuras resultantes de sus combinaciones (haciendo uso de los signos de agrupación).

III.2.1. Negación simple

Como su nombre lo indica es el operador lógico cuya función es negar, esto es, invertir el valor del enunciado originario.

La UAP es una universidad privada.

Si el valor de verdad de esta proposición fuera verdadero, su negación sería falsa. En cambio, si su valor de verdad fuera falso, entonces su negación sería verdadera.

En ese sentido decimos que si el valor de verdad de 'p' es lo verdadero, entonces el valor de verdad de su negación '~p' será lo falso.

Generalizando mediante metavariables decimos que si el valor de verdad de 'A' es lo verdadero, entonces el valor de verdad de su negación '~A' será lo falso.
Representándolo gráficamente tendríamos lo siguiente:

~ A
F V
V F

III.2.2. Disyunción débil

Como su nombre lo indica, se usa para intercalar o alternar; en ese sentido separa:

Trabajo o estudio.

Lo que nos está diciendo el presente enunciado es que usted por lo menos realiza una de las dos acciones; trabaja o estudia, pero no hay ningún impedimento para que lleve a cabo ambas. Si se analiza bien esta proposición molecular no nos está diciendo que ambas proposiciones sean verdaderas, nos está indicando que por lo menos una lo es.

Esto quiere decir que para que el enunciado sea verdadero basta que una de sus proposiciones lo sea, por ello únicamente es falso si ambas proposiciones lo son.

p v q
F F F

Generalizando mediante metavariables decimos que 'A v B' tiene por valor de verdad lo falso si y solo si, 'A' tiene como valor de verdad lo falso y 'B' tiene como valor de verdad lo falso.

Representándolo gráficamente tendríamos lo siguiente:

A v B
F V F

III.2.3. Conjunción

Empecemos por el siguiente enunciado:

Platón fue discípulo de Sócrates y Aristóteles escribió La Política.

Lo que nos está diciendo el presente enunciado es que por un lado Platón fue discípulo de Sócrates y que por otro lado Aristóteles fue autor de La Política. Si se analiza bien esta proposición molecular, ella nos está diciendo que ambas proposiciones son verdaderas.

Esto quiere decir que para que el enunciado molecular sea verdadero, ambas proposiciones tienen que serlo. Formalizando tenemos:

$$\begin{array}{ccc} p & \wedge & q \\ V & V & V \end{array}$$

Generalizando mediante metavariables decimos que 'A ∧ B' tiene por valor de verdad lo verdadero si y solo si, 'A' tiene como valor de verdad lo verdadero y 'B' tiene como valor de verdad lo verdadero.

Representándolo gráficamente tendríamos lo siguiente:

$$\begin{array}{ccc} A & \wedge & B \\ V & V & V \end{array}$$

III.2.4. Condicional

Empecemos por el siguiente enunciado:

Si hay deflación, entonces los precios de los productos disminuirán

Formalizando este enunciado tendríamos el siguientes esquema:

$$p \rightarrow q$$

Lo primero que debemos de tener en cuenta es que no nos dice de manera categórica que habrá deflación ni tampoco que el valor de los productos disminuirá; lo único que sostiene es que en caso que hubiera deflación, entonces el valor de los productos bajaría. Con ello este enunciado está estableciendo una relación causal entre la deflación y el decrecimiento del precio de los productos. En otras palabras, si se diera el fenómeno de la deflación tendrá que darse el fenómeno del decrecimiento del valor de los productos.

Ahora bien ¿cuándo este enunciado sería falso? Este enunciado sería falso slo si se diera el fenómeno de la deflación y el valor de los productos no disminuyeran.

Por lo tanto podemos decir que el valor de verdad de un enunciado condicional es lo falso únicamente cuando el antecedente de este tiene como valor de verdad lo verdadero y el consecuente como valor de verdad lo falso. En el caso particular que estamos estudiando:

$$\begin{array}{ccc} p & \rightarrow & q \\ V & F & F \end{array}$$

En términos generales podemos generalizar lo anterior para todos los casos en que se presente un condicional formulando lo anterior a través de metavariables:

$$\begin{array}{ccc} A & \rightarrow & B \\ V & F & F \end{array}$$

En todos los otros casos, el valor de verdad del condicional es lo verdadero.

III.2.5. Bicondicional

Empecemos por el siguiente enunciado:

El resultado de la auditoría contable será positivo si y solo si todas las cuentas asentadas están documentalmente justificadas.

Formalizando este enunciado tendríamos el siguiente esquema:

$p \leftrightarrow q$

Lo primero que debemos de tener en cuenta es que se establece una relación de mutua implicancia esto es; si sucede 'p', entonces sucederá 'q' y si sucede 'q' entonces sucederá 'p'. Lo cual quiere decir que un enunciado de este tipo es verdadero si se dan u ocurren ambos miembros.

Al ser una relación de implicancia mutua, su negación también es posible, esto es; si no se da 'p' no se dará 'q' y a su vez, si no se da 'q', no se dará 'p'. Lo cual indica que un enunciado de este tipo es verdadero también cuando no se dan ninguno de ambos miembros.

De lo anterior se puede deducir que si se da uno de los miembros y el otro no entonces el enunciado será falso.

Aplicando lo anterior a este caso en particular tendremos el siguiente esquema:

p	$\leftrightarrow$	q
V	V	V
F	V	F

En términos generales podemos expresar lo anterior para todos los casos en que se presente un bicondicional formulando lo anterior a través de metavariables:

A	$\leftrightarrow$	B
V	V	V
F	V	F

Actividad

I.Sobre la base de los valores de verdad de las variables, determine el valor de verdad de los operadores

1. $[(\sim p \land q) \rightarrow \sim r)] \leftrightarrow [(r \land \sim (p \lor \sim q)]$

   F V V V F V

2. $[(\sim p \rightarrow q) \lor r] \land [(\sim q \land \sim r) \rightarrow p]$

   V V F V F V

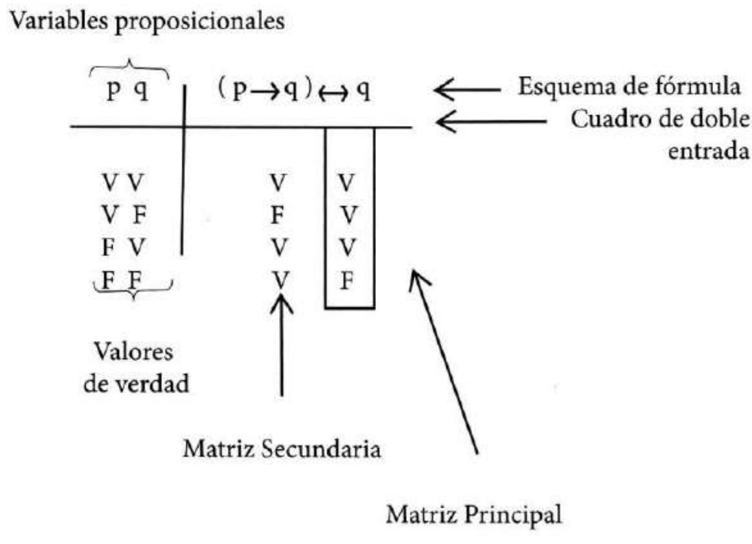
CAPÍTULO IV : Tablas de verdad

IV.1. Naturaleza

La llamada "Tabla de Verdad" es un método decisorio algorítmico que permite determinar la validez de un esquema lógico. Es un "método" porque está compuesta de un conjunto ordenado de pasos que, si se siguen del modo apropiado, nos llevan a un resultado u objetivo (en este caso el establecer la validez). Es "decisorio" porque permite decidir la validez o invalidez de un esquema. Es "algorítmico" porque su aplicación es mecánica.

IV.2. Elaboración y análisis de una Tabla de Verdad

Una Tabla de Verdad se elabora sobre la base de la siguiente estructura genérica:



El Cuadro de Doble Entrada es la estructura o armazón básico de una tabla de verdad y está compuesta por dos líneas (una vertical y otra horizontal) que se intersecan en un punto cercano al extremo izquierdo

y a la vez en la parte superior de la línea horizontal.
En su parte superior derecha se escribe el esquema o fórmula a analizar.

En su parte superior izquierda se escriben todas las variables proposicionales que intervienen en el esquema, comenzando por la variable 'p' y acomodando el resto en estricto orden alfabético.

Debajo de cada variable proposicional se escriben sus respectivos valores de verdad. La cantidad de arreglos está dada por la fórmula:

$$2^n$$

Donde 'n' representa el número de variables proposicionales. En el caso del ejemplo que estamos estudiando serían 3, por lo que la cantidad de arreglos sería 8.

La distribución de los valores de verdad es la siguiente:

En la última de la variables proposicionales (la más cercana a la LÍNEA VERTICAL) se distribuyen los valores de verdad de manera intercalada comenzando por lo verdadero.

La penúltima distribución es de dos en dos, comenzando con lo verdadero.

En la antepenúltima es de cuatro en cuatro comenzando por lo verdadero y así sucesivamente dependiendo del número de variables proposicionales y por ende de la cantidad de arreglos que sea necesario desarrollar. Y así sucesivamente. En nuestro esquema tenemos solo 2 variables proposicionales.

En las matrices secundarias se desarrollan los valores de verdad de acuerdo a la conectiva respectiva, partiendo de los valores de verdad de las respectivas variables proposicionales en cada una de sus posibilidades.

En la matriz principal se desarrollan los valores de verdad resultado de combinar los valores de verdad de las matrices secundarias respectivas de acuerdo al operador de mayor jerarquía.

La Matriz Principal puede arrojar tres tipos distintos de resultados:

Primer resultado posible: Todos los valores de verdad son verdaderos. En este caso recibe el nombre de Tautológica y se representa mediante el símbolo T.

Segundo resultado posible: Todos los valores de verdad son falsos. En ese caso recibe el nombre de Contradictoria y se representa mediante el símbolo $\perp$.

Tercer resultado posible: Presenta tanto valores de verdad verdaderos como falsos. En ese caso es denominada Consistente o Contingente y se representa mediante el símbolo Q.

En el caso del ejemplo considerado, la Matriz Principal es contingente (Q).

IV.3.Aplicación de la Tabla de Verdad

Comencemos con un caso concreto:

Si las recaudaciones aumentan, entonces habrá mayores ingresos fiscales. No aumentan las recaudaciones. Entonces; no habrá mayores ingresos fiscales.

Formalizando la inferencia tenemos:

$$[(p \rightarrow q) \wedge \sim p] \rightarrow \sim q$$

Lo siguiente es analizar el esquema con las tablas de verdad:

p q	$[(p \rightarrow q)$	$\wedge$	$\sim p]$	$\rightarrow$	$\sim q$
V V	V	F	F	V	F
V F	F	F	F	V	V
F V	V	F	V	F	F
F F	V	V	V	V	V

Finalmente, analizamos la matriz principal. En este caso es consistente por lo que el esquema no es lógicamente válido. Como el esquema representa la inferencia, se concluye que la inferencia no es lógicamente válida.

Actividad

Determine si es tautología, contradicción o contingencia

1.$p \wedge q$

2.$p \wedge \sim q$

3.$(p \rightarrow q) \wedge r$

4.$(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow p)$

5.$[(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)] \rightarrow (p \leftrightarrow \sim q)$

6. $[(p \leftrightarrow q) \rightarrow (\sim q \wedge q)] \rightarrow \sim(q \vee \sim q)$

7. $\sim[q \vee (p \rightarrow q)]$

8.$\{[(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \rightarrow q\} \leftrightarrow p$

9. $\{ [(\sim p \rightarrow q) \vee r] \wedge (\sim q \wedge \sim r)\} \rightarrow p$

10.$\sim (\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (p \leftrightarrow q)$

11.$\{ [(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (\sim q \vee \sim s)\} \rightarrow (p \vee r)$

CAPÍTULO V: Los Diagramas Semánticos

V.1. Los valores de verdad en el método de los diagramas semánticos
V.1.1. Negación

Como ya sabemos, si una proposición o esquema es verdadero, su negación es falsa y viceversa. En ese sentido la negación, de acuerdo a los diagramas semánticos, se representará del siguiente modo:

a) F [A]
|
V [~ A]

b) V [A]
|
F [~A]

Recordamos en este punto que, con el fin de abreviar, estamos realizando la exposición con meta variables las cuales, como recordará el lector, pueden representar desde una variable proposicional hasta un esquema complejo. A modo de ilustración realizaremos aquí dos aplicaciones. La primera respecto a una variable proposicional, la segunda respecto a un esquema.

Con respecto a una variable:

F [~p]
|
V [p]

Con respecto a un esquema:

V [~ (p→q)]
|
F [(p → q)]

V.1.2. Conjunción

Para que un esquema conjuntivo sea verdadero ambos miembros de la conjunción deben de serlo. Esto es, basta que uno de ellos sea falso para que dicho esquema sea falso. Por otro lado, en la lógica estándar hay solo 2 valores de verdad; lo verdadero y lo falso. En ese sentido tenemos dos posibilidades:

a) $F\,[\,A \land B\,]$

$F\,[\,A\,] \qquad F\,[\,B\,]$

b) $V\,[\,A \land B\,]$

$V\,[\,A\,]$

$V\,[\,B\,]$

El lector habrá observado que en el diagrama a) los valores de verdad ambos miembros de la conjunción al ser analizados son escritos de manera horizontal. Esto indica que no se requiere que ambos miembros tengan el valor expresado (en este caso el de lo falso) sino que basta que uno lo tenga para que todo el esquema sea falso.

En el diagrama b), en cambio, los valores de verdad de los respectivos miembros de la conjunción está ordenado de manera vertical, ello indica que para que la conjunción pueda ser considerada como verdadera, tanto el miembro de la derecha como el de la izquierda deberán de tener el valor de verdad de lo verdadero. Los respectivos valores de cada una de las variables proposicionales están expresados a la izquierda de cada uno.

Este orden de diagramación se sigue con todos los demás operadores (disyunción, condicional y bicondicional).

Veamos una aplicación de lo anterior:

Sea el esquema:

$[\,(p \leftrightarrow q) \land (r \rightarrow p)\,]$

el cual se nos dice que es verdadero.

Por lo anterior tendremos que representarlo del siguiente modo:

$$V[(p \leftrightarrow q) \land (r \rightarrow p)]$$

$$V[(p \leftrightarrow q)]$$
$$V[(r \rightarrow p)]$$

V.1.3. Disyunción

Una disyunción es falsa únicamente cuando ambos miembros de ella son falsos, en todos los demás casos es verdadera. Esto último quiere decir que basta que un solo miembro del esquema disyuntivo sea verdadero para que todo este lo sea.

a) $F[A \lor B]$

$F[A]$
$F[B]$

b) $V[A \land B]$

$V[A]$ $V[B]$

V.1.4. Condicional

El condicional es falso únicamente cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. Esto es, bastaría únicamente que el antecedente fuera falso o el consecuente verdadero para que todo el esquema fuera verdadero. En ese sentido tenemos los siguientes diagramas:

a) $F[A \rightarrow B]$

$V[A]$
$F[B]$

b) $V[A \rightarrow B]$

$F[A]$ $V[B]$

Veamos una aplicación.

Supongamos que el esquema:

$\sim(p \wedge r) \rightarrow q$

es falso. En ese caso, aplicando el diagrama semántico del condicional, tendríamos el siguiente desarrollo:

$$V[\sim(p \wedge r) \rightarrow q]$$

$$F[\sim(p \wedge r)] \qquad V[q]$$

V.1.5. Bicondicional

El bicondicional es verdadero en dos casos; o bien cuando ambos miembros del esquema son verdaderos o bien cuando ambos son falsos. En cambio si estos tienen valores de verdad alternados entonces será falso.

a) $V[A \longleftrightarrow B]$

$$\begin{array}{ll} V[A] & F[A] \\ V[B] & F[B] \end{array}$$

b) $F[A \longleftrightarrow B]$

$$\begin{array}{ll} V[A] & F[A] \\ F[B] & V[B] \end{array}$$

Veamos una aplicación.

Supongamos que el esquema:

$(p \vee r) \longleftrightarrow q$

es falso. En ese caso, aplicando el diagrama semántico del condicional, tendríamos el siguiente desarrollo:

$$V\,[(p \vee r) \leftrightarrow q]$$

$V\,[(p \vee r)\,]$	$F\,[p \vee r]$
$V\,[q]$	$F\,[q]$

V.2. Análisis a través de Diagramas Semánticos

A diferencia de las tablas de verdad, el procedimiento de análisis a través de los Diagramas Semánticos es sumamente complejo pues consiste en una gran cantidad de pasos. Por ello, iremos pormenorizando cada uno de estos.

1.Asignar un valor de verdad al esquema. Dicho valor se escribe al lado izquierdo.
2.Analizar el esquema primitivo sobre la base del valor de verdad asignado en el paso previo.
3.Analizar el o los esquemas resultantes del análisis anterior aplicando los valores de verdad correspondientes.
4.Numerar a la derecha de cada esquema o subesquema, el orden en que se han ido analizando.

Para una mejor claridad de la explicación teórica dada, veamos un ejemplo. Supongamos que tenemos el siguiente esquema:

$$[\,(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)\,]$$

Como nuestro primer paso nos indica, debemos asignar a este esquema primitivo u valor de verdad. Nosotros podemos partir para el análisis suponiendo que o es verdadero o es falso, se recomienda optar, siempre que se pueda, por la posibilidad que menos bifurcaciones tenga. En el presente caso la mejor posibilidad es considerar el esquema como falso ya que ello no origina bifurcaciones.

$$F\ [\,(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)\,]$$

Una vez que hemos establecido como falso dicho esquema tenemos que comenzar a derivar los valores de verdad que deberán tener los subesquemas. Esto dependerá de la conectiva principal del esquema o subesquema que estemos analizando en ese momento.

En el caso que estamos analizando, el valor de verdad es lo falso y la conectiva principal del esquema es la condicional. Si nos acordamos de nuestro esquema general del condicional falso recordaremos que era el siguiente:

$$\begin{array}{c} F\,[A \rightarrow B] \\ | \\ V\,[A] \\ F\,[B] \end{array}$$

Por ello tenemos que asignarle al antecedente de dicho esquema el valor de verdad de verdadero y al consecuente el valor de verdad de falso.

$$\begin{array}{c} F[\,(p \land q) \rightarrow (r \lor s)\,] \\ | \\ V\,[\,(p \land q)\,] \\ F\,[\,(r \lor s)\,] \end{array}$$

Como este esquema original ha sido el primero en ser analizado se le numera, a su derecha, con el número uno.

$$\begin{array}{c} F[\,(p \land q) \rightarrow (r \lor s)\,]\ (1) \\ | \\ V\,[\,(p \land q)\,] \\ F\,[\,(r \lor s)\,] \end{array}$$

De los dos subesquemas obtenidos cualquiera de los dos son posibles de analizar, en estos casos repetimos nuestra recomendación de comenzar por el esquema o subesquema que menos bifurcaciones o ramas presente. Realizando el análisis partiendo del esquema conjuntivo y que a su vez tiene como valor de verdad lo verdadero, obtenemos lo siguiente:

$$F[(p \land q) \rightarrow r](1)$$
$$|$$
$$V[(p \land q)](2)$$
$$F[(r \lor s)]$$
$$|$$
$$V(p)$$
$$V(q)$$

Ahora pasamos a analizar el otro subesquema que aún nos falta:

$$F[(p \land q) \rightarrow r](1)$$
$$|$$
$$V[(p \land q)](2)$$
$$F[(r \lor s)](3)$$
$$|$$
$$V(p)$$
$$V(q)$$
$$|$$
$$F[r]$$
$$F[s]$$

El desarrollo es siempre descendente. En caso de haber habido una bifurcación previa, la siguiente rama deberá de "nacer" de cada uno de los miembros de la bifurcación y así sucesivamente.

Como podemos ver, ya no hay nada más por analizar. Es en esta etapa que pasamos al cuarto paso, conocido como análisis de ramas.

V.3. Análisis de ramas

Las "ramas" son las líneas finales que quedan al término del paso dos. En el caso que estamos analizando solo hay una rama. Pasemos entonces al análisis.

Rama 1: V (p), V (q), F (r)

Como el lector podrá apreciar, los valores de verdad arrojados se han ordenado comenzando por el valor de p, etc. Si tuviéramos dos o más ramas y en algunas de ellas no aparecieran algunas variables, ese espacio se dejará en blanco e indicado con una línea vacía.

Este análisis de rama arroja como resultado que nuestro esquema es falso solo cuando p es verdadero, q es falso y r es verdadero, esto es cuando estas tres variables aparecen con este valor de verdad simultáneamente.

¿Por qué sabemos que nuestro esquema es falso en ese caso? Porque partimos suponiendo que nuestro esquema era falso. Si hubiéramos supuesto que era verdadero, entonces el resultado del análisis de rama -que sería distinto- nos indicaría en qué caso(s) sería(n) verdadero(s).

V.4. Análisis de estados posibles del mundo

En este último paso se realiza un análisis de todas las posibilidades lógicas para ver en qué casos se cumple la posibilidad indicada por el análisis de ramas. Para ello se realiza una tabulación de valores de verdad similar al de las Tablas de Verdad, con la única diferencia de que cada posibilidad es numerada puesto que representa un E.P.M., esto es, una posibilidad lógica teniendo en cuenta que, desde un punto de vista lógico veritativo, cada variable proposicional tiene solo dos posibilidades; o lo verdadero o lo falso.

	p	q	r
1)	V	V	V
2)	V	V	F
3)	V	F	V
4)	V	F	F
5)	F	V	V
6)	F	V	F
7)	F	F	V
8)	F	F	F

Luego de ello se analiza en qué caso (E.P.M.) se presenta la posibilidad señalada en el análisis de rama.

p q r

1) V V V
2) V V F
3) V F V
4) V F F
5) F V V
6) F V F
7) F F V
8) F F F

El análisis arroja que solo el segundo caso o E.P.M. cumple con ser falso. De ahí que el esquema sea falso únicamente en el E.P.M. 2.

Si nos hubieran preguntado en cuántos E.P.M. el esquema era falso hubiéramos contestado que solo en un E.P.M.

Si nos hubieran preguntado si el esquema era T, Q o nuestra respuesta sería que es Q.

Si nos hubieran preguntado si es o no lógicamente válido nuestra respuesta sería que no lo es ya que no es T y, como sabemos, un esquema es lógicamente válido si y solo si es tautológico.

V.5. Ramas abiertas y cerradas

Una rama abierta es una bifurcación en la cual no se viola el Principio de No Contradicción, esto es, en la misma rama no aparece un esquema A y luego ~ A

Caso de rama abierta:

[A]
|
[B]

En ese sentido se sostiene que una rama es abierta solo cuando no aparece en una misma línea una misma variable proposicional con valores de verdad diferente.

Por ejemplo:

V [(p v ~q)] (1)

V [p] V [~q] (2)

R 1

F [q]

R 2

Una rama cerrada es una bifurcación en la cual se viola el Principio de No Contradicción, esto es, en la misma rama aparece un esquema A y luego ~ A, como viola dicho principio lógico, la rama se debe de anular, dicha anulación se indica con 2 o 2 líneas paralelas debajo de la rama.

Caso de rama cerrada:

[A]

[~A]

======

En ese sentido se sostiene que una rama es cerrada cuando en una misma línea (léase "rama") aparece una o más variables proposicionales con valores de verdad diferentes.

Ejemplo:

V [(p Λ ~ p)] (1)

V [p]

$$
\begin{array}{c}
V[\sim p]\ (2) \\
| \\
F[p]
\end{array}
$$

Como dicha rama se ha cerrado, ello se indica con dos líneas horizontales paralelas debajo de la rama.

$$
\begin{array}{c}
V[(p \wedge \sim p)]\ (1) \\
| \\
V[p] \\
V[\sim p]\ (2) \\
| \\
F[p] \\
=====
\end{array}
$$

Esto nos indica que la rama ha sido "eliminada" y no se la cuenta en el análisis de ramas. Ilustraremos lo anterior con otro ejemplo. Sea el siguiente esquema:

$(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \vee (q \longleftrightarrow r)]$

bajo la hipótesis de que es verdadero:

$$
\begin{array}{ccc}
 & V\{(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge q]\}\ (1) & \\
 & | & \\
F[(p \vee q)] & & V[(p \wedge \sim p) \wedge (q \longleftrightarrow r)]
\end{array}
$$

El lector podrá conocer que si bien ambos miembros de la condicional han sido disgregados, aun así, cada subesquema debe ser aún analizado. Recuérdese que el análisis termina cuando se ha llegado hasta las variables proposicionales, esto es, cuando ya no hay esquema alguno por analizar.

$$V\{(p \vee q) \rightarrow [(p \wedge \sim p) \wedge q]\}(1)$$

$$F[(p \vee q)]\ (2) \qquad V[(p \wedge \sim p) \vee (q \longleftrightarrow r)](3)$$

$$F[p]$$
$$F[q]$$
R1

$$V[(p \wedge \sim p)](4)$$
$$V[(q \longleftrightarrow r)]$$

$$V[p]$$
$$V[\sim p](5)$$

$$F[p]$$
=====

En el ejemplo precedente solo hay una rama abierta por lo tanto solo ella cuenta como rama. Observe el lector que en el esquema de la parte derecha aun queda una formula por analizar ($q \longleftrightarrow r$) sin embargo no se la ha analizado, ¿Por qué? Porque una vez que se detecta una contradicción en una rama esta se cierra así queden aún fórmulas por analizar al interior de ella.

¿Por qué lo anterior es importante? Ello es importante ya que en el análisis de ramas solo se deberán de considerar las ramas que queden abiertas y no las cerradas. ¿Por qué? Porque una rama cerrada indica la existencia de una contradicción o, en lenguaje más contemporáneo, corto circuito.

Ahora bien, si al hacer el análisis de un esquema, todas las ramas se cierran el valor de verdad de dicho esquema es el opuesto al valor de la hipótesis, así, si por ejemplo partimos considerando un esquema como de valor de verdad verdadero y todas sus ramas se cierran entonces el valor de verdad real de dicho esquema será el de lo falso.

En el caso de que ninguna o solo algunas ramas se cierren tendremos que llegar hasta el análisis de E.P.M. para poder determinar si es T, $\perp$ o Q.

Finalmente una observación; a diferencia de las Tablas de Verdad donde se comienza por el operador de menor jerarquía y se culmina por el de mayor jerarquía, en los Diagramas Semánticos el análisis se empieza por el operador de mayor jerarquía siempre.

V.6.Los Diagramas Semánticos como método decisorio para determinar la validez lógica de una inferencia.

Los pasos a seguirse son similares, con la sola diferencia de que en este caso se requiere como paso previo la formalización de la inferencia. Veamos un caso.

Sea la inferencia:

"Si hay inflación, entonces no habrá nuevas inversiones. Pero si no hay inflación, habrán expansión del mercado interno"

El primer paso es simbolizar la inferencia:

$(p \rightarrow q) \wedge (\rightarrow p \rightarrow r)$

El segundo paso es analizar la inferencia, dejamos esa tarea al lector.

Hacemos la observación que, cuando se trata del análisis de la validez lógica de una inferencia, se recomienda partir de la hipótesis de que ella es falsa ya que si en verdad es verdadera, todas las ramas se ce- rrarán y nuestro análisis habrá terminado. En cambio, si partimos de considerarla como verdadera, nuestro análisis tendrá que llegar por lo menos hasta el análisis de ramas sino hasta el análisis de E.P.M.

Actividad

Determine si es tautología, contradicción o consistencia

1.$(p \longleftrightarrow q) \longleftrightarrow (q \vee \sim p)$
2.$(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\sim q \wedge p)$
3.$\sim [(p \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)]$
4.$(p \wedge q) \rightarrow r$

CAPÍTULO VI: Principios lógicos y reglas lógicas

VI.1.Los principios lógicos clásicos
VI.1.1.Principio de identidad

Comencemos presentando un par de enunciados en los que se presentan dichos principios.

a)Un pato es un pato.
b)Un auto es un auto.

Generalizando:

Si algo es algo determinado, entonces es ese algo determinado.
Introduciendo variables proposicionales:

Si p entonces p

Introduciendo conectivas lógicas:

$p \rightarrow p$

Reemplazando por meta variables:

$A \rightarrow A$

VI.1.2.Principio de no contradicción

a)No es posible que esto sea un hombre y no sea un hombre.
b)No es posible que esto sea un libro contable y no sea un libro contable.

Generalizando:

No es posible que algo sea y no sea lo mismo al mismo tiempo y en el mismo sentido.

Introduciendo variables proposicionales:

No es posible p y no p

Introduciendo conectivas lógicas:
$\sim(p \wedge \sim p)$

Reemplazando por meta variables:
$\sim (A \wedge \sim A)$

VI.1.3.Principio de tercio excluido

a)Esto es un libro de teoría administrativa o no es un libro de teoría administrativa.

b)Hoy es lunes o no es lunes.

Generalizando:

Esto es aquello o no lo es.

Introduciendo variables proposicionales:

Es p o no es p.

Introduciendo conectivas lógicas:

$p \vee \sim p$

Reemplazando por meta variables:

$A \vee \sim A$

La relevancia de estos tres principios lógicos clásicos radica en que cualquier lenguaje y sistema de lógica clásica (dentro de los cuales está la LP) los tiene como presupuestos básicos.

VI.2.La implicancia lógica y las reglas de implicancia

VI.2.1. La implicancia lógica

Una implicancia lógica es una relación de deducción entre dos esquemas lógicos. Se determina mediante un condicional:

$A \rightarrow B$

El esquema de la izquierda es el implicador mientras que el esquema de la derecha es el implicado.

Para determinar si un esquema implica a otro lo único que hay que hacer es aplicar algunos de los métodos decisorios estudiados; solo hay implicancia si hay tautología.

VI.2.2. Reglas de implicancia

Llamadas también "implicancias notables", son reglas que norman o rigen procesos deductivos, esto es, permiten inferir de manera automática, conclusiones válidas sobre la base de ciertas premisas dadas.

1. Modus Ponens (M.P.):

$[(A \rightarrow B) \wedge A] \rightarrow B$

Otra manera de representarlo es:

$A \rightarrow B$
$\underline{A \quad\quad}$
$\therefore B$

2. Modus Tollens (M.T.):

$[(A \rightarrow B) \wedge \sim B] \rightarrow \sim A$

Otra manera de representarlo es:

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{\ \sim B\ \ \ } \\ \therefore \sim A \end{array}$$

3.Dilema constructivo (D.C.):

$\{[(A \to B) \wedge (C \to D)] \wedge (A \vee C)\} \to (B \vee D)$

Otra manera de representarlo es:

$$\begin{array}{l} A \to B \\ C \to D \\ \underline{A \vee C\ \ } \\ \therefore B \vee D \end{array}$$

4.Dilema destructivo (D.D.):

$\{[(A \to B) \wedge (C \to D)] \wedge (\sim B \vee \sim D)\} \to (\sim A \vee \sim C)$

Otra manera de representarlo es:

$$\begin{array}{l} A \to B \\ C \to D \\ \sim B \vee \sim D \\ \therefore \sim A \vee \sim C \end{array}$$

5. Silogismo Hipotético (S.H.):

$[(A \to B) \to (B \to C)] \to (A \to C)$

O También:

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{B \to C\ \ } \\ \therefore A \to C \end{array}$$

6.Silogismo Disyuntivo (S.D.):

$[(A \vee B) \wedge \sim A] \rightarrow B$ O también $[(A \vee B) \wedge \sim B] \rightarrow A$

Otras maneras de representarlos son:

$\dfrac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \sim A \end{array}}{\therefore B}$ O también $\dfrac{\begin{array}{r} A \vee B \\ \sim B \end{array}}{\therefore A}$

7.Adición (Adic.):

$A \rightarrow (A \vee B)$

Otra manera de representarlo es:

$\dfrac{A}{\therefore A \vee B}$

8.Conjunción (Conj.):

$\dfrac{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}}{\therefore A \wedge B}$

9.Simplificación (Simp.):

$(A \wedge B) \rightarrow A$ O también $(A \wedge B) \rightarrow B$

Otra manera de representarlo es:

$\dfrac{A \wedge B}{\therefore A}$ O también $\dfrac{A \wedge B}{\therefore B}$

VI.3. La equivalencia lógica y las reglas de equivalencia
VI.3.1.Equivalencia lógica

Indica una relación de igualdad entre dos esquemas. Se simboliza a través de operador BICONDICIONAL "$\longleftrightarrow$" y su estructura general es la siguiente:

$A \longleftrightarrow B$

Para que dos esquemas sean equivalentes, el bicondicional que los une debe de ser tautológico.

VI.3.2. Reglas de equivalencia

Llamadas también "equivalencias notables" son reglas de igualdad lógica las cuales permiten determinar de manera automática si los dos esquemas lógicamente iguales.

1.Eliminación de la Doble Negación (E.D.N.) :

$\sim\sim A \longleftrightarrow A$

2.Teorema de De Morgan (DM):

$\sim(A \wedge B) \longleftrightarrow (\sim A \vee \sim B)$
$\sim(A \wedge B) \longleftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)$

3.Conmutación (Conm.):

$(A \wedge B) \longleftrightarrow (B \wedge A)$
$(A \vee B) \longleftrightarrow (B \vee A)$

4.Asociación (Asoc.):

$[A \wedge (B \wedge C)] \longleftrightarrow [(A \wedge B) \wedge C]$

5.Distribución (Dist.):

$[A \wedge (B \vee C)] \longleftrightarrow [(A \wedge B) \vee (A \wedge C)]$
$[A \vee (B \wedge C)] \longleftrightarrow [(A \vee B) \wedge (A \vee C)]$

6.Transposición (Transp.):

$(A \rightarrow B) \longleftrightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$

7.Definición del Condicional (Def. Cond.):

$$(A \rightarrow B) \longleftrightarrow (\sim A \vee B)$$

8.Definición del bicondicional (Def. Bicond.):

$(A \longleftrightarrow B) \longleftrightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)]$
$(A \longleftrightarrow B) \longleftrightarrow [(A \wedge B) \vee (\sim A \wedge \sim B)]$

9.Tautología o Idempotencia (Idemp.):

$(A \wedge A) \longleftrightarrow A$

Actividad

Determine qué propiedad de equivalencia o implicancia se da en cada caso

I.1. De Equivalencia:

1)$[(p \vee q) \vee (r \vee s)] \longleftrightarrow [(r \vee s) \vee (p \vee q)]$
2)$[\sim(p \wedge q) \vee r] \longleftrightarrow [(p \wedge q) \rightarrow r]$
3)$[(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)] \longleftrightarrow [\sim(p \wedge q) \vee (r \vee s)]$
4)$\{[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge [r \rightarrow (p \wedge q)]\} \longleftrightarrow [(p \wedge q) \longleftrightarrow r]$
5)$[(p \wedge q) \wedge (p \rightarrow q)] \longleftrightarrow [(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q)]$
6)$[\sim(p \vee q) \rightarrow r] \longleftrightarrow [\ (p \vee q) \vee r]$

I.2. De Implicancia:

1) $$\begin{array}{l} (p \vee q) \\ (p \vee q) \rightarrow r \\ \hline \therefore r \end{array}$$

2) $$\begin{array}{c} (p \vee q) \rightarrow s \\ s \rightarrow (p \longleftrightarrow q) \\ \hline \therefore (p \quad q) \rightarrow (p \longleftrightarrow q) \end{array}$$

3) $$\begin{array}{c} r \rightarrow (\sim p \vee q) \\ (\sim p \vee q) \rightarrow r \\ \hline \therefore r \rightarrow r \end{array}$$

4) $$\begin{array}{c} \sim(p \vee q) \rightarrow (s \rightarrow r) \\ \sim(s \rightarrow r) \\ \hline \therefore \sim \sim (p \vee q) \end{array}$$

5) $$\begin{array}{c} (q \longleftrightarrow s) \rightarrow r \\ p \rightarrow (q \longleftrightarrow s) \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

CAPÍTULO VII : El método de las derivaciones

VII.1. Naturaleza

Método decisorio no algorítmico que mediante la aplicación de las implicancias y equivalencias notables permite probar formalmente que una conclusión señalada se deriva de las premisas propuestas.

El método -y sus reglas- denominado Deducción Natural fue propuesto en 1934 por el lógico Gerhard Gentzen. Desde entonces se conocen diversas variantes de ellas. El método que presentamos es una versión modificada comúnmente conocida como "Derivaciones".

Se considera que es un procedimiento decisorio puesto que si se demuestra que es imposible deducir la conclusión dada a partir de las premisas proporcionadas se considera que la inferencia es inválida, sin embargo su naturaleza no algorítmica dificulta el establecer esto de manera concluyente en algunos casos.

VII.2.Pruebas o procedimientos

El objetivo de la deducción natural consiste en derivar la conclusión señalada a partir de un conjunto de premisas que nos son dadas. Sin embargo como este método no es algorítmico, el paso de las premisas a las conclusiones no es mecánico sino que requiere que se encuentren las reglas de derivación o deducción apropiadas. La aplicación de cada una de ellas no está establecida de antemano sino que depende de la habilidad del ejecutante el hallar cuál es la más adecuada para llegar al objetivo propuesto. Por ello no necesariamente hay una única solución posible.

Hay tres tipos de procedimientos son la Prueba Directa, la Prueba Condicional y la Reducción al Absurdo.

VII.2.1. Prueba directa

Consiste en derivar la conclusión indicada de las premisas dadas. Dicha derivación o deducción introduciendo premisas derivadas de algunas de las premisas ya establecida y que se han obtenido mediante la aplicación de alguna Regla de Implicancia o Equivalencia. Ilustremos lo anterior mediante un ejemplo:

Sea sean las premisas:
1.p∧ r
2.p →q

Y la conclusión:
q v s

Por razones de orden procedimental se representan del siguiente modo:
1.p∧ r
2.p → q /∴q v s

Esta estructura nos indica que 1 y 2 son las premisas. A su vez el slash ('/')y los tres puntos (∴) nos indican que lo que continúa a la derecha es la conclusión a la que nosotros debemos de llegar partiendo de las premisas y haciendo uso tanto de las reglas de implicancia como de las de equivalencia.
1.p∧ r
2.p →q / ∴ q v s

La conclusión a la que tenemos que llegar es 'q v s'. Lo primero que tenemos que hacer es ver si una de las variables -o ambas- aparecen en las premisas que se nos han dado inicialmente.

Vemos que 'q' aparece en la premisa 2: 'p → q'. Sin embargo está unida con la variable 'p' a través del condicional. Si pudiéramos eliminar 'p' y el condicional y quedarnos únicamente con 'q' entonces, a través de la adición cuya regla es:

$$\frac{A}{\therefore A \lor B}$$

Y cuya aplicación en este caso particular sería.

$$\frac{q}{\therefore q \lor s}$$

Con lo que obtendríamos la conclusión buscada

Sin embargo para eliminar la variable 'p' y el condicional necesitamos de una regla de inferencia que nos permita esa posibilidad. Una alternativa sería el Modus Ponens, cuya formulación genérica es:

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \underline{A\quad\quad} \\ \therefore B \end{array}$$

Y que en este caso sería:

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p\quad\quad} \\ \therefore q \end{array}$$

Sin embargo para ello tendríamos que tener a nuestra disposición la variable proposicional 'p' aislada.

En la línea 1 (primera premisa) tenemos la conjunción $p \land r$. Si recordamos las reglas de inferencia nos percataremos que el esquema de la SIMPLIFICACIÓN, nos permite eliminar:

$$\frac{A \land B}{\therefore A}$$

Si la aplicáramos a este caso tendríamos que '$p \land r$', por aplicación de la regla de simplificación, pasaría a ser únicamente 'p'.

Una vez obtenida la variable 'p' podríamos aplicar el Modus Ponens para obtener la variable 'q' y, finalmente, obtenida la variable 'q' podríamos obtener la conclusión 'q v r' a través de la aplicación de la Adición. Con ello, pues, tenemos ya la solución.

1.p $\wedge$ r
2.p $\rightarrow$q / $\therefore$ q v s
3.p De 1 por simplificación.
4.q De 2 y 3 por Modus Ponens.
5.q v s De 4 por Adición.

El desarrollo de la deducción natural nos ha permitido apreciar que cada paso que demos haciendo uso de las reglas de implicancia y/o equivalencia deberá justificarse. Debemos señalar a la derecha qué reglas y haciendo uso de qué esquemas es que hemos llegado a deducirlo. La premisas iniciales (en este caso las líneas 1 y 2) no requieren justificación sino que, por su mismo carácter de premisas iniciales, se asumen como justificadas.

VII.2.2. Prueba Condicional

Se aplica únicamente cuando tenemos conclusiones que presentan, como operador principal o de mayor jerarquía, el condicional. Por ejemplo:

1.r $\rightarrow$ p
2.~p v q
3.~q $\wedge$~q / $\therefore$ r $\rightarrow$ s

En este caso el primer paso es siempre colocar el antecedente de la conclusión en la línea inmediatamente posterior a las premisas iniciales y justificarla con las siglas 'Pr. Ad.' que quieren decir 'Premisa adicional':

1.r $\rightarrow$p
2.~p v q
3.~q $\wedge$~q / $\therefore$ r $\rightarrow$ (r $\rightarrow$ s)
4. r Pr. Ad.

Luego de ello se procede igual que en la prueba directa excepto que el objetivo no es ya la totalidad de la conclusión sino únicamente el consecuente de esta:

En el paso 5, aplicando la Idempotencia cuyo esquema es:

$$\frac{A \wedge A}{\therefore A}$$

Obtenemos:

5.~ q

Aplicando la regla del Silogismo Disyuntivo cuyo esquema básico es:

$$\frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \sim A \end{array}}{\therefore B} \qquad \text{O también} \qquad \frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ \sim B \end{array}}{\therefore A}$$

A las líneas 2 y 5, obtenemos:

6. ~ p

Luego, aplicando el Modus Tollens a las líneas 1 y 6 obtenemos:

1.~r

Después, por Adición, a la línea 7 obtenemos:

2.~r v s

Después, por Definición del Condicional en la línea 8 obtenemos:

3.r ~ s

Llegados a este punto tenemos lo siguiente:

1. $r \to p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \; / \therefore r \to (r \to s)$
4. r
5. $\sim q$
6. $\sim p$
7. $\sim r$
8. $\sim r \vee s$
9. $r \to s$

Aquí, por tratarse de una Prueba Condicional es necesario agregar algunos pasos. En primer lugar se traza una línea vertical desde la primera línea que hemos derivado hasta la última seguida de una flecha horizontal que cruza por debajo de la última línea derivada hasta ese momento:

1. $r \to p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q \; / \therefore r \to (r \to s)$

4. r	Pr. Adic.
5. $\sim q$	De 3 por Simp.
6. $\sim p$	De 2 y 5 por S. D.
7. $\sim r$	De 1 y 4 por M. T.
8. $\sim r \vee s$	De 7 por Adic.
9. $r \to s$	De 8 por Def. Cond.

Luego de ello se escribe una última línea que represente tanto el antecedente como el consecuente de la conclusión unidos, por supuesto, por el condicional, y se justifica mencionando las líneas comprendidas entre la primera línea que hemos derivado y la última y se la justifica con las siglas Pr. C. o Pr. Cond. que quiere decir Prueba Condicional.

1. $r \rightarrow p$
2. $\sim p \vee q$
3. $\sim q \wedge \sim q$ / $\therefore r \rightarrow (r \rightarrow s)$

4. r	Pr. Adic.
5. $\sim q$	De 3 por Simp.
6. $\sim p$	De 2 y 5 por S. D.
7. $\sim r$	De 1 y 4 por M. T.
8. $\sim r \vee s$	De 7 por Adic.
9. $r \rightarrow s$	De 8 por Def. Cond.

10. $r \rightarrow (r \rightarrow s)$ De 4 – 9 por Pr. Cond.

Esta última línea nos indica que la conclusión se ha obtenido teniendo en consideración las líneas comprendidas entre la número 4 y la número 9 aplicando la Prueba Condicional.

VII.2.3.Prueba Indirecta

Llamada también "reducción al absurdo" es un tipo de prueba que se conoce desde antiguo. Consiste en partir de la suposición que la conclusión no se deriva de las premisas, para luego demostrar que ello sería contradictorio; por lo tanto si la no deducibilidad de la conclusión a partir de las premisas dadas era contradictoria, lo adecuado debería ser la deducibilidad de la conclusión desde y a partir de las premisas. Por ello esta prueba se emplea cuando es muy complicado o imposible demostrar la conclusión por prueba directa.

Ilustraremos lo anterior con un ejemplo:

1. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2. $r \rightarrow p$
3. $\sim s \rightarrow q$ / $\therefore s$

Como en este ejercicio se nos pide que demostremos que la conclusión se sigue de la premisa mediante la Prueba por Demostración al Absurdo, lo primero que tenemos que hacer es que la conclusión buscada es la inversa de la conclusión mostrada. Como en este caso la conclusión es 's', tenemos que suponer que es '~s' y la justificamos como Pr. Ad. O sea; Premisa Adicional

1.$(p \rightarrow \sim q) \land (q \rightarrow r)$

2.$r \rightarrow p$
3.$\sim s \rightarrow q$ / $\therefore s$
4.$\sim s$ Pr. Ad.

Una vez hecho esto procedemos como en la prueba directa excepto que aquí el objetivo no es lograr llegar a la conclusión sino el de encontrar una contradicción de la forma '$A \land \sim A$'.

Vemos que tenemos en la línea 1 la variable proposicional 'q' y también la variable proposicional '~q'. Si lográramos aislarlas podríamos, aplicando la regla de Implicancia Notable de la Conjunción, obtener la contradicción buscada. Para ello basta recordar el esquema estándar de la conjunción:

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{B \qquad\quad} \\ \therefore A \land B \end{array}$$

En este caso:

$$\begin{array}{l} q \\ \underline{\sim q \qquad\quad} \\ \therefore q \land \sim q \end{array}$$

Sin embargo para ello tendríamos que aislar previamente cada una de las variables. Sin embargo la variable 'q' no sólo aparece en la línea 1 sino también en la línea 3, además el antecedente del esquema de la línea 3 aparece aislado en la línea 4, por lo que si aplicáramos el Modus Ponens:

$$\begin{array}{l} A \\ \underline{A \rightarrow B \qquad} \\ \therefore B \end{array}$$

Podríamos obtener el consecuente del esquema de la línea 3, esto es; 'q'.

1.$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2.$r \rightarrow p$
3.$\sim s \rightarrow q$ / ∴ s
4.$\sim s$ Pr. Ad.
5.q De 3 y 4 por M. P.

Obtenida 'q' lo que nos falta obtener es '~q'. Nuestro objetivo deberá ser ahora obtener '~q' aplicando las Reglas de Implicancia y/o Equivalencia que consideremos adecuadas a éste fin, luego de lo cual habremos obtenido lo buscado. A continuación presentamos el siguiente esquema como desarrollo posible:

1.$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2.$r \rightarrow p$
3.$\sim s \rightarrow q$ / ∴ s
4.$\sim s$ Pr. Ad.
5.q De 3 y 4 por M. P.
6.$q \rightarrow r$ De 1 por Simp.
7.$q \rightarrow p$ De 6 y 2 por S. H.
8.$p \rightarrow \sim q$ De 1 por Simp.
9.$q \rightarrow \sim q$ De 7 y 8 por S. H.
10.$\sim q$ De 5 y 9 por M. P.

Una vez que hemos logrado deducir dos variables contradictorias (en este caso 'q' y '~q') el siguiente paso es unirlas aplicando la propiedad de Conjunción.

1.$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2.$r \rightarrow p$
3.$\sim s \rightarrow q$ / ∴ s
4.$\sim s$ Pr. Ad.
5.q De 3 y 4 por M. P.
6.$q \rightarrow r$ De 1 por Simp.
7.$q \rightarrow p$ De 6 y 2 por S. H.
8.$p \rightarrow \sim q$ De 1 por Simp.

9.$q \rightarrow \sim q$ De 7 y 8 por S. H.
10.$\sim q$ De 5 y 9 por M. P.
11.$q \wedge \sim q$ De 5 y 9 por Conj.

Una vez establecida la contradicción nos falta demostrar que esta se deriva de la negación de la conclusión. Como la derivación es una implicancia y la implicancia se simboliza a través del condicional, tenemos que aplicar la Prueba Condicional en el siguiente paso:

1.$(p \rightarrow \sim q) \wedge (q \rightarrow r)$
2.$r \rightarrow p$
3.$\sim s \rightarrow q \,/\, \therefore s$
4.$\sim s$ Pr. Ad.
5.q De 3 y 4 por M. P.
6.$q \rightarrow r$ De 1 por Simp.
7.$q \rightarrow p$ De 6 y 2 por S. H.
8.$p \rightarrow \sim q$ De 1 por Simp.
9.$q \rightarrow \sim q$ De 7 y 8 por S. H.
10.$\sim q$ De 9 y 5 por M. P.
11.$q \wedge \sim q$ De 5 y 9 por Conj.

12. $\sim s \rightarrow (q \wedge \sim q)$

Como ha quedado demostrado que de la premisa (en este caso 's') se deriva una contradicción, la premisa deberá de ser negada:

1.	$(p \rightarrow \sim q) \land (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \; / \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por M. P.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por S. H.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por S. H.
10.	$\sim q$	De 9 y 5 por M. P.
11.	$q \land \sim q$	De 5 y 9 por Conj.
12.	$\sim s \rightarrow (q \land \sim q)$	
13.	$\sim \sim s$	

Finalmente, aplicando la Regla de la Eliminación de la Doble Negación obtenemos:

1.	$(p \rightarrow \sim q) \land (q \rightarrow r)$	
2.	$r \rightarrow p$	
3.	$\sim s \rightarrow q \; / \therefore s$	
4.	$\sim s$	Pr. Ad.
5.	q	De 3 y 4 por M. P.
6.	$q \rightarrow r$	De 1 por Simp.
7.	$q \rightarrow p$	De 6 y 2 por S. H.
8.	$p \rightarrow \sim q$	De 1 por Simp.
9.	$q \rightarrow \sim q$	De 7 y 8 por S. H.
10.	$\sim q$	De 9 y 5 por M. P.
11.	$q \land \sim q$	De 5 y 9 por Conj.
12.	$\sim s \rightarrow (q \land \sim q)$	Pr. Cond. 4 - 11
13.	$\sim \sim s$	De 12 por R. A. A. (Reducción al Absurdo)
14.	s	De 13 por E. D. N.

Que no es otra cosa que la conclusión que hemos tratado de demostrar a través de la Reducción al Absurdo (R.A.A.)

Actividad

I. Resuelva por prueba directa

I.

1.$q \to r$
2.$p \to q$
3.$(\sim p \vee r) \to s$ /∴ $s \vee t$

II.

1. $s \to r$
2. $(p \vee q) \to \sim r$
3. p /∴ $\sim s \vee p$

II.Resuelva por prueba condicional

I.

1.p
2.q
3.$(p \wedge q) \to r$ /∴ $s \to r$

II.

1. $q \to r$
2. $\sim r \vee s$ /∴ $t \to (q \to s)$

III.Resuelva por reducción al absurdo

.

1.$p \to q$
2.$\sim q \quad \sim r$
3.$p \vee \sim q$
4.$(\sim q \wedge \sim q) \to p$ / ∴r

CAPÍTULO VIII : El método abreviado

VIII.1. Naturaleza

Está construido sobre la base de los valores de verdad proposicionales, siendo una especie de Tabla de Verdad simplificada. Se suele emplear con esquemas cuyo análisis con las mencionadas tablas es muy engorroso.

VIII.2. Procedimientos
VIII.2.1.Para determinar si un esquema es Contradictorio:

Supongamos que nuestro esquema es el siguiente:

$$p \wedge \sim p$$

1° Identificar el operador principal del esquema

En este caso es la conjunción "$\wedge$"

2° Como queremos determinar si el esquema es o no Contradictorio, asumimos que el esquema es Verdadero "V"

$$p \wedge \sim p$$

V

3° Sobre la base del valor asignado al operador, asignamos a las variables proposicionales los valores de verdad respectivos. Manteniendo siempre para la misma variable el mismo valor asignado

$$p \wedge \sim p$$

V F VF

4° Determinar si aparece o no una contradicción

En el caso analizado aparece una contradicción ya que la misma variable "p" es "V" y "F"

Como hemos asumido que el esquema es Verdadero y aparece al final una contradicción, concluimos que el esquema es en realidad Falso, por lo que es Contradictorio.

VIII.2.2.Para determinar si un esquema es Tautológico

Supongamos que nuestro esquema es el siguiente:

$$[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$$

1° Identificar el operador principal del esquema

En este caso es el condicional "→"

2° Como queremos determinar si el esquema es o no Tautológico, asumimos que el esquema es Falso "F"

$$\begin{array}{l} [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q \\ \qquad\qquad\qquad\quad \text{F} \end{array}$$

3° Sobre la base del valor asignado al operador principal, asignamos a las variables proposicionales los valores de verdad respectivos cuidando de mantener para la misma variable el mismo valor asignado:

$$\begin{array}{l} [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q \\ \qquad\qquad \text{V} \qquad \text{F} \;\; \text{F} \end{array}$$

En el caso de una conjunción, para que ella sea verdadera se requiere que ambos miembros sean verdaderos:

$$\begin{array}{l} [(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q \\ \quad \text{V} \quad \text{V} \qquad \text{V} \;\; \text{F} \;\; \text{F} \end{array}$$

Para que una disyunción sea verdadera basta que uno de sus miembros sea verdadero. En ese sentido, parecería que podemos escoger entre tres posibilidades:

1."p" verdadero y "q" falsa
2."p" falso y "q" verdadera
3."p" falso y "q" falso

Sin embargo en un momento anterior ya hemos asignado a la variable "q" el valor de "falso", por lo que se deben de respetar, en la medida de lo posible, los valores asignados con anterioridad. Por lo tanto, en este caso, a "q" se le debe asignar nuevamente el valor de falso, lo que deja una sola posibilidad para "p"; valor de verdadero.

$$[\ (p \vee q) \wedge \sim p\ ] \rightarrow q$$

V V F V V F F

Queda por determinar solamente el valor de "p". Como anteriormente hemos establecido que "~ p" era "verdadero", necesariamente "p" tiene que ser "falso".

$$[\ (p \vee q) \wedge \sim p\ ] \rightarrow q$$

V V F V VF F F

4° Determinar si aparece o no un contradicción

En este caso aparece contradicción pues "p" es "verdadero" y también "falso":

$$[\ (\boxed{p} \vee q)\ \wedge \sim \boxed{p}\ ] \rightarrow q$$

$\boxed{V}$ V F V V $\boxed{F}$ F F

Por lo anterior, el esquema es Tautológico.

VIII.2.3.Para determinar si un esquema es consistente

Aquí el método abreviado requiere de la aplicación de dos pruebas. Primero para descartar que el esquema sea Tautología y luego para descartar que el esquema sea Contradicción. Si aplicando estas pruebas es imposible determinar si un esquema es contradictorio o tautológico, entonces, por descarte, deberá de ser necesariamente contingente.

Actividad

Determine si es tautología, consistencia o contradicción

1.$\{[(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)] \rightarrow q\} \longleftrightarrow p$
2.$\{[(\sim p \rightarrow q) \vee r] \wedge (\sim q \wedge \sim r)\} \rightarrow p$
3.$\sim (\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (p \longleftrightarrow q)$
4.$\{[(p \longleftrightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (\sim q \vee \sim s)\} \rightarrow (p \vee r)$
5.$(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (q \vee \sim p)$
6.$(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\sim q \wedge p)$
7.$\sim [(p \rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)]$

TERCERA UNIDAD:

LÓGICA CUANTIFICACIONAL O DE PREDICADOS

CAPÍTULO I:
Naturaleza, importancia y conceptos fundamentales

I.1.Naturaleza

La Lógica de predicados es el estudio de la validez de los razonamientos o inferencias predicativos o cuantificados (del tipo "todos" o "alguno").

I.2. Relevancia

Como hemos visto, la Lógica Proposicional es un instrumento relativamente potente para el análisis de las inferencias, sin embargo, tiene sus limitaciones. Veamos un caso:

La siguiente inferencia es intuitivamente válida:

"Todos los hombres son mortales. Alan es un hombre. Por lo tanto Alan es mortal."

Sin embargo si la analizamos a través del lenguaje y los métodos de la lógica proposicional el esquema sería:

$(p \wedge q) \rightarrow r$

Al analizarlo con algunos de los métodos expuestos, nos daremos cuenta, con sorpresa, que ella no sería lógicamente válida

¿Es que acaso nuestra intuición está errada? ¿Es que la Lógica Proposicional es errónea? Ninguno de los dos casos. Lo que sucede es que inferencias de este tipo deben ser analizadas a través del lenguaje y los métodos de la Lógica Cuantificacional (LC) llamada también "Lógica de Predicados".

I.3. El lenguaje de Lógica de Predicados.
I.3.1. Símbolos primitivos:

Variables proposicionales	: p, q, r, s, …
Conectivas u operadores	: $\sim$, $\wedge$, v, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$
Símbolos auxiliares	: ( ), [ ], { }
Variables individuales	: a, b, c, d, …
Constantes individuales	: x, y, z, …
Símbolos predicativos	: F, G, H, …
Cuantificadores	: ($\forall$), ($\exists$)

Aclaraciones:

Las constantes individuales, llamadas también "constantes" a secas, tienen por función representar a cualquier variable individual, no en el sentido de meta variable sino en el sentido genérico de que ese lugar debe ser ocupado por algún sujeto u objeto aunque no sabemos exactamente cuál en particular. En ese sentido es similar a la función que cumplen las variables x, y, z, en el álgebra o a, b, c, en la aritmética, las cuales indican que representan un número si bien, por sí mismas, no nos dicen qué número es. De manera genérica usaremos la letra griega "gamma" cuyo símbolo es γ , para referirnos a cualquier variable individual en general.

La variables individuales, llamadas también "variables" a secas, se refieren a individuos, sin embargo, en LC "individuo" es entendido no solo en referencia a seres humanos individuales (v. gr. Sócrates, Platón, Cáceres, Bolognesi, etc.) sino también en relación a un país (v. gr. Japón, Islandia, Noruega, etc.), una ciudad (Lima, La Habana, Bagdad, etc.) en otras palabras, una constante individual es utilizada para representar cualquier entidad particular concreta de la cual se pueda predicar alguna propiedad. De manera genérica usaremos la letra griega "beta" cuyo símbolo es β, para referirnos a cualquier variable individual en general. Utilizaremos la letra griega "alfa" cuyo símbolo es α para referirnos de manera general a cualquier variable o constante individual.

Los símbolos predicativos representan las características o propiedades de las entidades. Se representan con las letras mayúsculas del alfabeto, de la A hasta la Z, pudiéndose utilizar, en caso de necesitarse mayores símbolos predicativos, símbolos con subíndices. De manera genérica usaremos la letra griega "psi", "theta" y "lamda" cuyos respectivos símbolos son ψ, θ y λ, para referirnos a cualquier predicado en general.

Hay dos tipos de cuantificadores; el Universal, que se lee "para todo" y se simboliza como: ($\forall$); y el existencial, que se lee "existe al menos un individuo" y se simboliza como ($\exists$). Estos son usados dependiendo de si los enunciados a simbolizar son o bien universales (la totalidad de individuos que poseen alguna propiedad determinada) o bien particulares (tanto si son singulares -un solo individuo- o plurales -varios individuos- pero no todos los individuos) que posee(n) una propiedad determinada.

I.3.2. Reglas de Formación:

1. Todo símbolo proposicional es una FBF.
2. Todo predicado seguido de una variable individual o una constante individual es una FBF
3. Si A es una FBF, entonces ~A también lo es.
4. Si A y B son FBF, entonces:

    a) $A \wedge B$
    b) $A \vee B$
    c) $A \rightarrow B$
    d) $A \longleftrightarrow B$

También son FBF

5. Si A es una FBF, entonces:

    a) ($\forall\beta$) (A)
    b) ($\exists\beta$) (A)

I.4. Proceso de simbolización de enunciados en Lógica Cuantificacional

El proceso de formalización es más complejo que en LC debido a que estamos frente a un lenguaje más rico que, de cierto modo, abarca el lenguaje de LP. En ese sentido nuestras reglas también han aumentado. En lo que sigue detallaremos este proceso.

I.5. Proceso genérico de simbolización de enunciados en Lógica de Predicados
I.5.1.Simbolización de variables individuales

Se utilizan letras minúsculas que suelen representar la primera letra del nombre con que se representa al individuo, así, por ejemplo, nombres de individuos como 'Miguel', 'Pilatos', etc., se representarán por las variables 'm' 'p'.

En caso de tener dos o más individuos con el mismo nombre en una inferencia a representar entonces se utilizará alguna letra diferente para los siguientes o, la misma letra pero con subíndices.

I.5.2.Simbolización de términos predicativos

Se utilizan letras mayúsculas del alfabeto, para evitar confusión con los nombres. Los términos predicativos se suelen representar con la letra mayúscula que coincide con la primera letra del predicado representado. Por ejemplo, los predicados 'muerto', 'intelectual', etc. se suelen representar por las letras mayúsculas 'M', 'I', etcétera.

En caso que en una misma inferencia o enunciado a formalizar aparezcan dos o más predicados que comiencen con la misma letra, sólo uno de los términos predicativos podrá tener dicha letra, el resto deberá tener otra para evitar confusiones.

Ahora combinemos lo expuesto hasta este momento:

En estos casos los primero es asignar una variable individual a cada individuo y segundo un término predicativo a cada predicado. Luego, al formalizar, el término predicativo se escribirá junto y a la izquierda de la variable individual. Ejemplos:

Borges es mortal

Asignando una variable individual:

$\underline{\text{Borges}}$ es mortal
b

Asignando un término predicativo:

$\underline{\text{Borges}}$ es $\underline{\text{mortal}}$
b M

Formalización:

Mb

De este modo 'Mb' nos dice, en lenguaje LC, que 'Borges es mortal'.

En el caso de enunciados que posean operadores como 'o', 'si y solo si', etc., se tendrá también que formalizar dichos operadores.

PROCESO A SEGUIR:

1° Asignar una variable individual a cada individuo del enunciado.
2° Asignar un término predicativo a cada uno de los predicados del enunciado.
3° Reemplazar la conectiva gramatical por el operador o conectivo lógico correspondiente.

Ejemplos:

Primer caso:

La matemática es una ciencia formal y la economía es una ciencia empírica.

Asignado variables individuales:

$\underbrace{\text{La matemática}}_{m}$ es una ciencia formal y la economía es una $\underbrace{\text{ciencia empírica}}_{e}$.

Asignando términos predicativos:

$\underbrace{\text{La matemática}}_{m}$ es una $\underbrace{\text{ciencia formal}}_{F}$ y $\underbrace{\text{la economía}}_{e}$ es una $\underbrace{\text{ciencia empírica.}}_{E}$

Reemplazando la conectiva por el operador lógico respectivo:

$\underbrace{\text{La matemática}}_{m}$ es una $\underbrace{\text{ciencia formal}}_{F}$ $\underset{\wedge}{\text{y}}$ $\underbrace{\text{la economía}}_{e}$ es una $\underbrace{\text{ciencia empírica.}}_{E}$

Simbolizando:

$Gm \wedge Dj$

I.5.3. Simbolización de cuantificadores

Todos los x son sabios.

Formalizando el término cuantificacional tendríamos:

$(\forall x)$ x es sabio

A su vez, si asumimos que 'sabio' es un término predicativo, tendríamos el siguiente esquema:

$(\forall x)\, Sx$

Que se lee 'Para todo x, x es sabio'

Actividad

Simbolice las siguientes proposiciones

1.Milagros estudia o trabaja
2.Julián es administrador o no lo es
3.Si Estefanía es abogada, entonces Carla es psiquiatra. Pero Carla no es psiquiatra, entonces Estefanía es contadora.
4.Gorbachov fue el último gobernante de la Unión Soviética o no lo fue.

CAPÍTULO II: Propiedades lógicas de los cuantificadores

II.1.Naturaleza de los cuantificadores

Los cuantificadores son símbolos que permiten agrupar a todos los miembros o a una parte de los miembros de un clase que comparten una característica en común.

II.2. Intercambio de cuantificadores

Las reglas de intercambio de cuantificadores son relaciones lógicas de equivalencia que permiten reemplazar un cuantificador universal por otro particular y viceversa. A continuación pasaremos a explicar las cuatro reglas básicas de intercambio de cuantificadores.

a)Primera regla:

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Todos los x son abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de todos los individuos x es ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No existe algún x que no sea abogado'

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado : $(x)\ Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim (\forall x)\ \exists Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\forall x)\ Ax \longleftrightarrow \sim(\exists x) \sim Ax$$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$\boxed{(\forall x)\ \phi x \longleftrightarrow \sim (\exists x) \sim \phi x}$$

b)Segunda regla:

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Ningún x es abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de todos los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No existe algún x que sea abogado'

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\forall x) \sim Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim (\exists x) Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$$(\forall x) \sim Ax \longleftrightarrow \sim (\exists x) Ax$$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$\boxed{(\forall x) \sim \phi x \longleftrightarrow \sim (\exists x) \phi x}$$

c)Tercera regla:

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Algunos x son abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de algunos de los individuos x es ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No todos los x son no abogados' (ya que existen algunos x que sí lo son).

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado: $(\exists x) Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim (\forall x) \sim Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$(\exists x)\, Ax \longleftrightarrow \sim (\forall x) \sim Ax$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$\boxed{(\exists x)\, \phi x \longleftrightarrow \sim (\forall x) \sim \phi x}$$

d)Cuarta regla:

Supongamos que tenemos el siguiente enunciado: 'Algunos x no son abogados'

Este enunciado nos dice que una propiedad distintiva de algunos de los individuos x es no ser abogados. Por lo tanto es equivalente al enunciado: 'No todos los x son abogados' (ya que existen algunos x que no lo son).

Formalizando tenemos el siguiente esquema para el caso del primer enunciado : $(\exists x) \sim Ax$. Y el siguiente esquema para el segundo enunciado: $\sim(\forall x)\, Ax$. Por lo que podemos formular la siguiente equivalencia lógica:

$(\exists x) \sim Ax \longleftrightarrow \sim (\forall x)\, Ax$

Ahora bien, si sostenemos que ϕ representa cualquier predicado lógicamente posible podemos formular esta primera regla de manera general del siguiente modo:

$$(\exists x) \sim \phi x \longleftrightarrow \sim (\forall x)\, \phi x$$

Esta reglas pueden aplicarse fácilmente a proposiciones del tipo categóricas, por ejemplo, sea la proposición: $(\forall x)\, (Sx \rightarrow Px)$.

Si consideramos la primera proposición nos dice 'Todos los S son P', entonces es fácil dedudir su equivalente: 'No existe algún S que no sea P' lo cual representamos formalmente del siguiente modo:
$\sim (\exists x)\, (Sx \land \sim Px)$

II.3. Alcance de los cuantificadores

El alcance de un cuantificador es el rango del alcance de este, hacia la derecha, para ligar las ocurrencias o apariciones de la variable a que éste se refiere. Este alcance está limitado por los signos de agrupación. Veamos algunos casos:

a) $(\forall x)(Ex) \land (\exists y)(Py)$
b) $(\exists x)(Ax \land By)$
c) $(\forall x)[Ax \rightarrow (Bx \land Cx)]$

En el caso a, el alcance del cuantificador universal es solo hasta cierre del primer paréntesis, esto es, cuantifica solo la variable adjunta al término predicativo 'E'. Por otro lado, el alcance del cuantificador particular abarca solo a la variable adjunta al término predicativo 'P'.

En el caso b, el alcance del existencial abarca solo la variable adjunta al término predicativo 'A' puesto que la variable adjunta a 'B' no es la variable cuantificada 'x' sino la variable sin cuantificar 'y'.

Casi distinto es el de c, en este esquema todas las ocurrencias de la variable 'x' están abarcadas por el cuantificador universal puesto que el alcance de este va desde el inicio del corchete hasta el final de este.

II.4. Esquemas abiertos y cerrados

Un esquema o fórmula se considera abierto solo si por lo menos una ocurrencia de por lo menos una de sus variables del tipo x, y, z, no está bajo el alcance de un cuantificador (variable libre).

Un esquema o fórmula se considera cerrado solo si todas las ocurrencias de todas sus variables están bajo el alcance de un cuantificador (variable ligada).

II.5. Procedimiento para cerrar esquemas

Para que un esquema en LC o una inferencia formalizada en LC pueda ser analizada en una prueba de validez, se requiere que sea una fórmula cerrada. Ya que solo si está delimitadas o cuantificadas todas las variables del tipo x, y, z podemos saber con exactitud la verdad o falsedad del enunciado, esto es, recién en ese caso es una proposición en términos de LC.

En caso de que luego del proceso de una formalización de una inferencia en LC hayan quedado variables del tipo x, y, z, libres se procederá a ligar estas, para cerrar el esquema, por medio de cuantificadores universales.

Por otro lado, si estamos frente a un esquema en LC que tiene variables libres se procederá a ligar estas introduciendo cuantificadores universales en las posiciones pertinentes.

Actividad

1.Escriba usted 5 esquemas abiertos y 5 esquemas cerrados.
2.Cierre los 5 esquemas abiertos anteriormente escritos.

CAPÍTULO III: Los diagramas semánticos

III.1. Los valores de verdad

III.1.1.Negación

a) F [A]

V [$\sim$ A]

b) V [A]

F [$\sim$A]

III.1.2. Conjunción

F [A $\land$ B]

F [A]   F [B]

b) V [A $\land$ B]

V [A]
V [B]

III.1.3. Disyunción

a)F [A v B]

F [A]
F [B]

b) V [A $\land$ B]

V [A]   V [B]

III.1.4. Condicional

a) F [A $\rightarrow$ B]

V [A]
F [B]

b) V [A $\rightarrow$ B]

F [A]   V [B]

III.1.5. Bicondicional

a)V [A $\longleftrightarrow$ B]

V [A] F[A]

V [B] F [B]

b) F [A $\longleftrightarrow$ B]

V [A] F [A]

F [B] V [B]

III.2. Reglas de eliminación e introducción de cuantificadores
III.2.1.Eliminación del cuantificador universal

a)V [$(\forall\beta)\, \psi\, \beta$]

F[$\psi\, \gamma$]

F [$(\forall\, \beta)\, \psi\, \beta$]

V[$\psi\, \alpha$]

Nota: En el universal considerado falso, γ no debe aparecer antes.

III.2.2.Eliminación del cuantificador existencial

a)V [$(\exists\beta)\, \psi\, \beta$]

V[$\psi\, \gamma$]

b) F [$(\exists\beta)\, \psi\, \beta$]

F[$\psi\, \alpha$]

Nota: En el existencial considerado verdadero, γ no debe aparecer antes.

III.2.3.Análisis de esquemas moleculares
III.2.3.1.Reglas

Ante un esquema lógico, el procedimiento de análisis a través de los Diagramas Semánticos consiste en una serie de pasos que iremos pormenorizando:

1.Dar un valor de verdad al esquema.

2.Despejar los cuantificadores.
3.Debemos trabajar primero los cuantificadores con desarrollo particular, esto es, aquellos que llevan γ. No se deben repetir los individuos en la misma rama.
4.Si en una rama aparecen una o más expresiones sobre individuos, los cuantificadores con desarrollo general deben de trabajarse con cada uno de ellos.
5.Si en un esquema solo hay cuantificadores con desarrollo general, deben de desarrollarse en α
6.Ir numerando, a la derecha, el orden en que se han ido analizando los esquemas y subesquemas.

Como estas reglas son sumamente abstractas, veamos unos ejemplos.

III.2.3.2. Ejemplos

Como las reglas anteriormente mencionadas son sumamente complejas y abstractas, es necesario que pasemos a ver una serie de ejemplos que nos aclaren lo anterior.

Ejemplo 1: Esquema con cuantificador universal y valor de verdad verdadero

V $[(\forall\beta)\ \psi\ \beta\ ]$ ello se interpreta en el sentido que es verdad que en un universo U, no vacío, que cualquier elemento de dicho universo tiene la característica o propiedad ψ . Como sabemos, ψ representa cualquier predicado y β representa a cualquier variable individual (x, y, z, etc.).

Veamos un caso concreto, supongamos que en este caso ψ representa el predicado "gato" que podemos representar como G. Esto quiere decir que son verdaderos los enunciados Gx, Gy, Gz, etc. (que podemos interpretar como "x es un gato", "y es un gato", "z es un gato") así como también son verdaderos los anunciados Ga,Gb,Gc, etc. (que podemos interpretar como "Albania es una gato", "Bertie es un gato", "Cinta es un gato"). Esto último se debe a que como las variables representan a cualquier elemento del universo; lo que es válido para un elemento cualquiera de dicho universo, tiene que serlo para cualquier elemento concreto de este. Así, por ejemplo, si decimos que el enunciado "todos los hombres son mortales" es verdadero, se concluye que es verdad que "si x es hombre, entonces x es mortal". De esto último se concluye que es verdad que "si Segisfredo es hombre, entonces Segisberto es mortal".

Recordemos que x, y, z, etc., por ser variables, se refieren a un individuo cualquiera mientras que a, b, c, etc. por ser constantes, se refieren a individuos concretos. Y como hemos explicado más adelante, de $\exists$ manera general tanto las constantes como las variables se representan genéricamente por la meta variable α . Ello permite comprender por qué una vez despejado el cuantificador universal en "$V\ [(\forall \beta)\ \psi\ \beta\ ]$" se obtenga: "$V[\psi\ \alpha]$"

Veamos una aplicación de esta regla:

$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (\ Gx \vee Ax\ )\ ]]$

Dicho esquema puede ser desarrollado de manera general (válido tanto para constantes como para variables) o específica (válido solo para variables, esto es, cuando trabajamos con sujetos concretos). Desarrollemos el caso de manera general.

Comencemos reemplazamos "x" por "α"

$$V\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (\ Gx \vee Ax\ )\ ]]\ [1]$$

$$V\ [G\alpha \rightarrow (\ G\alpha \vee A\alpha\ )\ ]\ [2]$$

$$F\ [G\alpha\ ] \qquad V\ [\ G\alpha \vee A\alpha\ ]\ [3]$$

$$V\ [G\alpha] \qquad V\ [A\alpha]$$

Ahora, a manera de ilustración, desarrollemos el caso de manera específica o concreta (para un individuo concreto) comenzaríamos reemplazando "x" por "a"

V [(∀x) [Gx → (Gx v Ax)]] [1]

V [Ga → (Ga v Aa)] [2]

F [Ga] V [Ga v Aa] [3]

V [Ga] V [Aa]

Como ha podido apreciar al lector, en la eliminación del cuantificador universal considerado verdadero, podemos optar por trabajarlo de manera concreta o específica, reemplazando la variable por una constante. O de manera universal o genérica. Cuál de las dos opciones a seguir dependerá de las circunstancias.

Prosigamos con nuestro ejemplo.

Como sabemos, al igual que en LP, una vez despejadas las ramas debemos pasar al análisis de ramas. En el presente caso tenemos 3 ramas:

V [(∀x) [Gx → (Gx v Ax)]] [1]

V [Ga → (Ga v Aa)] [2]

F [Ga] V [Ga v Aa] [3]
Rama 1

V [Ga] V [Aa]
Rama 2 **Rama 3**

Análisis de ramas:

Rama 1: _____, F [Ga]
Rama 2: _____, V [Ga]
Rama 3: V [Aa], ____

Una vez culminado el análisis de ramas es necesario tabular y **anali-**

zar los distintos EPM resultantes para determinar en cuál o cuáles se cumple nuestra hipótesis (en este caso, que el esquema es verdadero).

Análisis de estado posible del mundo (EPM)

	A	G
1)	V	V
2)	V	F
3)	F	V
4)	F	F

Ejemplo 2: Análisis de esquema molecular con cuantificador universal y valor de verdad falso con una constante individual

Para entender el funcionamiento de la falsedad del universal examinemos el siguiente caso concreto.

"Todos los cuervos son negros"

Para demostrar que este enunciado universal es falso, no es necesario establecer la verdad del anunciado contrario, esto es; "ningún cuervo es negro", basta con establecer la verdad del enunciado contradictorio, esto es, demostrar que el enunciado "algún cuervo no es negro" es verdadero.

Pero, como podemos apreciar, sabemos que para que el enunciado universal sea falso basta que algún elemento de dicho enunciado sea falso, pero no sabemos cuál elemento es.

Por lo anterior, en el caso de un enunciado con cuantificador universal considerado falso, al despejar el cuantificador, no podemos, como en el caso anterior (cuando el cuantificador universal era considerado verdadero) reemplazarlo indistintamente por una metavariable (α) o una constante (a, b, c, etc.) sino que necesariamente deberá de ser una constante. Lo anterior se debe a que, como ya hemos explicado, un enunciado universal es falso cuando por lo menos no se cumple en uno de los casos pero no sabemos en cuál. Por otro lado, como no sabemos cuál es, no puede ser uno que haya aparecido antes en una rama conocida. De ahí el por qué escribimos una nota sosteniendo: "γ no debe aparecer antes."

Hechas las aclaraciones pertinentes veamos el siguiente caso:

$F\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)]]$

Como en este caso es imposible poder trabajar el esquema sin eliminar el cuantificador, lo primero que debemos hacer es eliminar dicho cuantificador al tiempo que se reemplaza la variable individual por una constante individual

$$F\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)]]$$
$$|$$
$$F\ [\ [Ga \rightarrow (Ga \vee Aa)]]$$

Eliminado de este modo el cuantificador, pasamos a operar como si fuera un esquema cualquiera, sin cuantificador.

$$F\ [(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)]]\ [1]$$
$$|$$
$$F\ [\ [Ga \rightarrow (Ga \vee Aa)]]\ [2]$$
$$|$$
$$V\ [Ga]$$
$$F\ [Ga \vee Aa]\ [3]$$
$$|$$
$$F\ [Ga]$$
$$F\ [Aa]$$
=======

Debido a que Ga es considerada V y, en la misma rama, es luego considerada F, dicha rama se anula. Y como es la única rama, todas las ramas se anulan. Como ya se explicó anteriormente, al anularse todas las ramas se asume que el esquema es de valor contrario al valor asignado. Como el valor asignado era F y todas las ramas se han cerrado, se concluye que el esquema es V, esto es,tautológico.

Ejemplo 3: Análisis de esquema molecular con cuantificador universal y valor de verdad falso con dos constantes individuales

En este ejemplo podremos apreciar cómo se trabaja cuando hay más de una constante individual. Estos casos son los más complicados.

$$F\ [(\forall x)Ax \vee (\forall x)Bx \vee (\forall x)Cx]\ [1]$$

$$|$$

$$F(\forall x)Ax$$
$$F(\forall x)Bx$$
$$F(\forall x)Cx$$

Como cada uno de estos cuantificadores es universal y al mismo tiempo tienen valor de verdad falso, al eliminar el universal es necesario reemplazar la variable individual x, en cada caso debemos usar una constante individual distinta. Podemos seguir el orden alfabético.

$$F\ [(\forall x)Ax \vee (\forall x)Bx \vee (\forall x)Cx]$$

$$|$$

$$F(\forall x)Ax\ [2]$$
$$F(\forall x)Bx\ [3]$$
$$F(\forall x)Cx\ [4]$$

$$|$$

$$F[Aa]$$
$$F[Bb]$$
$$F[Cc]$$

Como no hay contradicción se concluye que el esquema no es tautológico y, por lo tanto, no es válido.

Actividad

Determine si es lógicamente válido

1.$(\forall x)Cx \vee [(\forall x)Ax \vee (\forall x)Cx]$
2.$(\forall x)\ [Gx \rightarrow (Gx \vee Ax)\ ]$

CAPÍTULO IV: Las derivaciones

IV.1. Reglas eliminación e introducción de cuantificadores
IV.1.1. Reglas lógicas de introducción y eliminación de cuantificadores

Es similar que en el caso de LP solo que hay algunas reglas adicionales. Estas reglas se requieren ya que únicamente las fórmulas cerradas son consideradas in stricto sensu proposiciones, por lo que solo se trabajan con esquemas totalmente cuantificados.

No obstante lo anterior, para poder aplicar las distintas reglas de equivalencia y de implicancia (en general las reglas de inferencias), se requiere que los distintos elementos que componen los esquemas proposicionales se encuentren libres por lo que, durante el proceso operativo, no pueden estar cuantificados. De ahí la necesidad de estas reglas.

a)Regla de Eliminación del Universal (EU)

Consiste en eliminar el cuantificador universal y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente: $(\forall x)(Hx \rightarrow Px)$

Por la Regla de Eliminación del Universal obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: $Hx \rightarrow Px$. También es posible: $Hy \rightarrow Py$, o incluso $Ha \rightarrow Pa$

¿Por qué? Porque una proposición con un cuantificador universal nos dice que todos los elementos que constituyen la clase tienen la característica que se predica por lo que puede ser cualquiera de ellos en general (simbolizado por la misma constante 'x' o si queremos por otra constante) o cualquiera de ellos en concreto (simbolizado en este caso por la variables de individuo 'a', también podía haber sido cualquier otra)

Generalizando:

$(\forall x)\ \phi x$
$\therefore \phi \dot{\alpha}$

Donde: ϕ representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '$\dot{\alpha}$' representa a cualquier individuo, ya sea en general (constante individual) o en concreto (constante individual) y 'x' representa una variable cuantificada.

b)Regla de Introducción del Universal (IU)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado, por ejemplo; $Hy \rightarrow Py$.

Este esquema es luego cuantificado, pero, así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, igual, en este caso, tenemos que reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Universal obtenemos el siguiente esquema cuantificado: $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Px)$.

No seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada, por lo que, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene por qué ser necesariamente 'y' -podría también haber sido 'z', 'a', etc. esto es cualquier constante o variable la que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar.

Generalizando:

$\phi \dot{\alpha}$
$\therefore (\forall x)\ \phi x$

Donde: ϕ representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), '$\dot{\alpha}$' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa '$\dot{\alpha}$' cuantificada.

c)Regla de Eliminación del Existencial (EE)

El procedimiento es similar al de la eliminación del Universal únicamente con la salvedad que indicaremos más adelante. Consiste en eliminar el cuantificador existencial y reemplazar la variable cuantificada por una variable libre ya sea una constante individual o una variable individual. Por ejemplo:

Sea el esquema el siguiente: $(\exists x)(Hx \wedge Px)$

Por la Regla de Eliminación del Existencial obtenemos el siguiente esquema no cuantificado: $Hy \wedge Py$

No seguimos usando 'x' por cuanto es una variable cuantificada, por lo que, al descuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene por qué ser necesariamente 'y' -podría también haber sido 'z'- sino que hemos decidido usar 'y' ya que 'y' sigue en orden alfabético a 'x'.

Generalizando:

$(\exists x)\phi x$
$\therefore \phi \dot{\alpha}$

Donde: 'ϕ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'ὰ' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa una variable cuantificada.

Llegados a este punto es necesario indicar la salvedad a la que nos referimos anteriormente. Cuando se aplica la Eliminación del Existencia el objeto de referencia cuantificado debe ser reemplazado por un nombre propio o constante individual ésta no tiene que haber sido aún utilizada, para evitar confusiones. De ahí que en caso de tener que aplicar una EU y una EE, se proceda primera con la EE y luego, al aplicar la EU se represente la variable descuantificada de este último por aquella que reemplaza a la del existencia.

Si no se hace esto entonces podemos llegar de premisas como 'hay un animal que es murciélago' y 'hay un animal que es ballena' a concluir que 'hay animales que son simultáneamente murciélagos y ballenas' ¿Por qué? Porque al reemplazar los respectivos existenciales se utilizó la misma variable o constante.

d)Regla de Introducción del Existencial (IE)

Es la regla inversa a la anterior. En ella iniciamos con un esquema no cuantificado, por ejemplo; Hy Py.

Este esquema es luego cuantificado, pero, así como al descuantificar en el caso anterior se reemplazó una variable cuantificada por otra no cuantificada, igual, en este caso, tenemos que reemplazar la variable no cuantificada por otra cuantificada.

Por la Regla de Introducción del Existencial obtenemos el siguiente esquema cuantificado: $(\exists x)\ (Hx \land Px)$

Al igual que en los casos anteriores, no seguimos usando 'y' por cuanto es una variable no cuantificada, por lo que, al cuantificar el esquema es necesario reemplazar también la variable cuantificada por otra. Sin embargo no tiene por qué ser necesariamente 'y' -podría también haber sido 'z', 'a', etc. esto es cualquier constante o variable la que estuviese descuantificada y luego hubiéramos de cuantificar.

Generalizando:

$(\exists x)\ \phi x$
$\therefore\ \phi\,\dot{\alpha}$

Donde: 'ɸ' representa cualquier enunciado posible (tanto categórico típico como no), 'ἀ' representa a cualquier individuo, ya sea variable individual o constante individual y 'x' representa 'ἀ' cuantificada.

Se sigue el mismo procedimientno mencionado solo que se pueden ir "eliminando" las constantes 'x', 'y', 'z' reemplazándola por alguna que ya esté presente.

Ejemplo:

$(\forall x)(\forall y)(Axy \rightarrow \sim Axy)$

Podríamos eliminar 'y' quedarnos solo con 'x' reemplazando 'y' por 'x' al momento de eliminar el cuantificador e indicándolo de la siguiente manera 'x/y'. Este artificio es útil cuando se realizan análisis de validez para proposiciones con predicados de grado dos o superiores.

PROCEDIMIENTO:

1.Eliminar los cuantificadores existenciales, si los hubieran.
2.Eliminar los cuantificadores universales
3.Deducir como una deducción natural cualquiera
4.Introducir los cuantificadores existenciales, si los hubieran.
5.Introducir los cuantificadores universales, si los hubieran

Actividad

Simbolice las siguientes inferencias y luego mediante las derivaciones determine si son o no válidas.

1.Todos los mamíferos son vertebrados
Algunos animales son mamíferos
Algunos animales son vertebrados

2.Todos los peces son acuáticos
Los tiburones son peces
Los tiburones son acuáticos

3.Todos los hombres son racionales
Ningún mono es un hombre
Ningún mono es racional

CUARTA UNIDAD

SILOGÍSTICA

CAPÍTULO I: La proposición categórica

I.1.Definición

Las proposiciones categóricas son enunciados que establecen relaciones de inclusión o exclusión total o parcial entre términos referidos a conjuntos o clases. En otras palabras, hacen uso de los cuantificadores.

I.2. Las cuatro proposiciones categóricas

a)El Universal Afirmativo:

Su forma es: 'Todos lo x son ϕ

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando tenemos:

$(\forall x)\ \phi\ x$

Que se lee: 'Para todo x, x es ϕ'

b)El Universal Negativo:

Su forma es: 'Ningún x es ϕ'

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' cualquier objeto del cual se predica.
Formalizando tenemos:

$(\forall x)\ \sim\phi x$

Que se lee: 'Para todo x, x no es ϕ

c)El Particular Afirmativo:

Su forma es: 'Algunos x que son ϕ

Donde:

'ϕ' representa cualquier predicado posible.
'x' cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando tenemos:

$(\exists x) \sim\phi x$

Que se lee: 'Existe(n) algún(os) x que son ϕ

d)El Particular Negativo:

Su forma es: 'Algunos x no son ϕ
Donde:

ϕ representa cualquier predicado posible.
'x' cualquier objeto del cual se predica.

Formalizando tenemos:

$(\exists x) \sim\phi x$

Que se lee: 'Existe(n) algún(os) x que no son ϕ

Actividad

Simbolice las siguientes proposiciones categóricas

1.Algunos peruanos son inventores
2.Los inventores son inteligentes
3.Algunos peruanos son inteligentes
4.Cualquier ser racional es digno
5.Cualquier hombre es un ser racional
6.Cada hombre es digno

CAPÍTULO II: El cuadro de oposición o de Boecio

II.1. Versión tradicional

Creado por el lógico romano Lucio Anneo Boecio (s. V d.C.) sobre la base de la lógica aristotélica, su objetivo era presentar de manera comprensiva y resumida los distintos tipos de relaciones que podían establecerse entre las cuatro proposiciones categóricas típicas.

Subalternante Todo S es P Contrarios Ningún S es P Subalternante

Subalterna Ningún S es P Subcontrarios Algunos S no son P Subalterna

La Universal Afirmativa recibe también la denominación de 'A' mientras que la particular afirmativa el nombre de 'I'. Esto se debe a las dos primeras vocales del término latín 'AFFIRMO'.

La Universal Negativa se denomina también 'E' mientras que la particular negativa se denomina 'O'. Esto se debe a las dos sílabas que componen el término latino 'NEGO'.

Contradictorias: Esta relación se da entre una proposición universal y una proposición particular. Dos proposiciones son contradictorias cuando difieren en calidad (universal vs. particular o a la inversa) al tiempo que en cualidad (afirmativa vs. negativa y a la inversa). Ambas no pueden ser simultáneamente verdaderas o simultáneamente falsas. Por lo anterior:

a)El Universal Afirmativo en contradictorio con el Particular Negativo y viceversa.
b)El Universal Negativo es contradictorio con el Particular Afirmativo y viceversa.

1.Contrarias: Son los enunciados universales, los cuales solo difieren en cualidad. Ambas no pueden ser verdaderas pero sí pueden ser falsas.

2.Subcontrarias: Son los enunciados particulares los cuales difieren entre sí solo por la cualidad.

3.Subalternantes: Son las proposiciones universales en relación a sus respectivas proposiciones particulares. Una proposición universal verdadera implica una proposición particular verdadera mientras que de una proposición universal falsa nada se concluye.

4.Subalternas: Son las proposiciones particulares en relación a sus respectivas proposiciones universales. De una particular falsa se implica una proposición universal falsa mientras que de una proposición particular verdadera nada se concluye.

II.2. Versión contemporánea

La versión contemporánea mantiene las mismas relaciones lógicas que la versión tradicional, con la diferencia que en la versión contemporánea los enunciados están cuantificados.

Subalternante $(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$ Contrarios $(\forall x)\ (Sx \rightarrow \sim Px)$ Subalternante

Subalterna $(\exists)\ (Sx \wedge Px)$ $(\exists x)\ (Sx \wedge Px)$ Subalterna

En este cuadro se aplica lo mismo que en el cuadro anterior sólo que su presentación se hace a través de las proposiciones categóricas formalizadas. En LC se suele trabajar con este cuadro y no tanto con los otros dos.

Actividad

Con el cuadro de oposición, determine:

1.La contraria de la UA
2.La subalterna de “Todos los S son P”
3.La contradictoria de la contraria de “Todos los hombres son mortales”
4.La subcontraria de la subalterna de “Ningún docente es alumno”

CAPÍTULO III : El silogismo categórico típico

III.1.Definición

Un silogismo categórico típico es un razonamiento deductivo compuesto de tres enunciados categóricos típicos, dos de los cuales son las premisas y el tercero es la conclusión.

III.2.Estructura

Su estructura es la siguiente:

PREMISA
PREMISA
CONCLUSIÓN

La premisa que está formada por el predicado de la conclusión más el "término medio" (M, enunciado que solo aparece en las premisas), se denomina "premisa mayor".

La premisa que está formada por el sujeto de la conclusión más el término medio, se denomina "premisa menor".

La conclusión es una proposición categórica típica con dos términos: un sujeto (S, llamado "término mayor") y un predicado (P, llamado "término menor").

III.3.Figuras del silogismo categórico típico

Cuatro son las figuras del silogismo categórico típico, ellas se originan de la manera cómo está distribuido el término medio:

Primera figura:

MP
SM
———
SP

Segunda figura:

PM
SM
SP

Tercera figura:

MP
MS
SP

Cuarta figura:

PM
MS
SP

III.4.Modos del silogismo categórico típico:

Los modos son las diversas posibilidades que tienen los enunciados categóricos típicos de ser universales o particulares y afirmativos o negativos

a: Universal afirmativo
i: Particular afirmativo
e: Universal negativo
o: Particular negativo

Como pueden darse 64 modos diferentes y existen 4 figuras del silogismo, desde el punto de vista combinatorio pueden darse 256 posibilidades. Sin embargo no todas ellas son válidas.

Actividad

Identifique el tipo de enunciado categórico en cada uno de los siguientes silogismos:

1.Todos los hombres son racionales
Ningún mono es un hombre
Ningún mono es racional

2.Algunos peruanos son inventores
Los inventores son inteligentes
Algunos peruanos son inteligentes

3.Cualquier ser racional es digno
Cualquier hombre es un ser racional
Cada hombre es digno

CAPÍTULO IV: El método de las reglas aristotélicas del silogismo

IV.1. Definición:

Conjunto de reglas que remiten a los textos lógicos de Aristóteles de Estagira, en especial a sus Analíticos segundos.

IV.2.Reglas:

Tradicionalmente se determinaba la validez de un silogismo aplicando las siguientes reglas, que remiten a Aristóteles:

1.Deben haber solo tres términos: mayor, medio y menor, los cuales se deben usar en el mismo sentido en todo el silogismo.
2.Ningún término debe figurar en la conclusión con mayor extensión que en las premisas.
3.El término medio debe tomarse una vez en cada premisa.
4.El término medio no debe aparecen en la conclusión.
5.De dos premisas afirmativas no se puede derivar una conclusión negativa.
6.De dos premisas negativas nada se concluye.
7.La conclusión sigue siempre la parte más débil de las premisas. Luego: si una premisa es particular, la conclusión es particular; si una premisa es negativa, la conclusión es negativa.
8.De dos premisas particulares no puede haber conclusión.

Hemos mencionado que existen 256 posibilidades en que puede presentarse un silogismo categórico en forma típica. Aplicando las reglas antes mencionadas, 19 modos serían válidos, sin embargo, aplicando el método de los diagramas de Venn y otras técnicas contemporáneas se ha demostrado que 4 de ellos no son correctos. Así, solamente 15 de estas 256 posibilidades son lógicamente válidas. Estas posibilidades son las siguientes:

1.Modos válidos para la PRIMERA FIGURA:
aaa, eae, aii, eio

2.Modos válidos para la SEGUNDA FIGURA:
eae, aee, eio, aoo

3.Modos válidos para la TERCERA FIGURA:
iai, aii, oao, eio

4.Modos válidos para la CUARTA FIGURA:
Aee, iai, eio

De este modo, frente a un silogismo categórico típico, identificando primero su figura y luego su modo, solo si pertenece a una de las posibilidades señaladas sería lógicamente válido.

Ejemplo:

Determine usted si el siguiente silogismo categórico típico es o no lógicamente válido:

Primero debemos establecer la figura:

Para ello es necesario determinar el término mayor (S), el término medio (M) y el término menor (P).

Todos los profesionales son altruistas.	MP
Algunos médicos son profesionales	SM
Algunos médicos son altruistas.	SP

La figura correspondiente en la primera.

Establecida la figura debemos establecer el modo.

aia

Finalmente debemos revisar nuestra tabla para ver si la figura con el modo resultante está o no considerada como lógicamente válida.

1.Modos válidos para la PRIMERA FIGURA:

aaa, eae, aii, eio

Vemos que el modo resultante no se encuentra listado en nuestro catálogo. Por tanto, el silogismo NO es válido.

Actividad

Determine si los siguientes silogismos son válidos

1.Todos los mamíferos son vertebrados
Algunos animales son mamíferos
Algunos animales son vertebrados

2.Todos los peces son acuáticos
Los tiburones son peces
Los tiburones son acuáticos

3.Todos los hombres son racionales
Ningún mono es un hombre
Ningún mono es racional

CAPÍTULO V :Los diagramas de Venn

V1. Naturaleza

Método decisorio creado por el lógico y matemático inglés John Venn (1834-1923) sobre la base del álgebra de conjuntos. Consiste en representar las proposiciones categóricas a través de gráficas circulares.

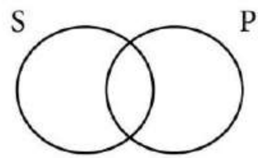
V.2.Representación de las proposiciones categóricas típicas

a)Universal Afirmativo

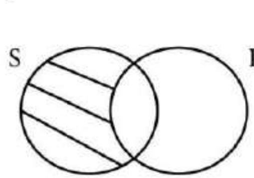
El enunciado general del universal afirmativo es:

Todos los S son P

S se representa por un conjunto y P por otro, al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que "Todos los S son P", ello se puede interpretar en el sentido de que no existe ningún elemento en el conjunto S que no sea P, por tanto la parte del conjunto S que no se interseca con P es vacía. Ello se representa sombreando dicha parte.

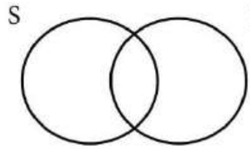


b)Universal Negativo

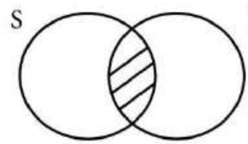
El enunciado general del universal negativo es:

Ningún S es P

S se representa por un conjunto y P por otro, al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que "Ningún S es P", ello se puede interpretar en el sentido de que no existe ningún elemento en el conjunto S que sea P, por tanto la parte del conjunto S que se interseca con P es vacía. Ello se representa sombreando dicha parte.

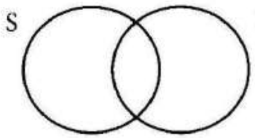


c)Particular Afirmativo

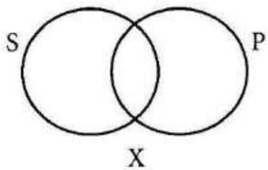
El enunciado general del particular afirmativo es:

Algunos S son P

S se representa por un conjunto y P por otro, al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que "Algunos S son P", ello se puede interpretar en el sentido de que existe al menos un elemento que tiene la propiedad de S y la propiedad de P, por tanto la parte del conjunto S se interseca con P tiene por lo menos un individuo. Ello se representa a través de una x.

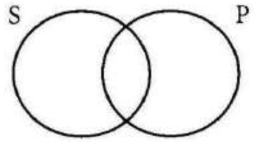


d)Particular Negativo

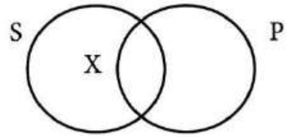
El enunciado general del particular negativo es:

Algunos S no son P

S se representa por un conjunto y P por otro, al estar ambos enunciados relacionados, dicha relación se debe representar en la gráfica de conjuntos. Esta relación se representa mediante una intersección.



Como el enunciado sostiene que "Algunos S no son P", ello se puede interpretar en el sentido de que existe al menos un elemento que tiene la propiedad de S y carece de la propiedad de P, por tanto la parte del conjunto S que NO se interseca con P tiene por lo menos un individuoduo. Ello se representa a través de una x.



V.3. Diagramas de Venn para silogismos

Procedimiento:

1.Representar la figura y el modo del silogismo.
2.Representar gráficamente las dos premisas del silogismo aplicando los diagramas de Venn.
3.Determinar si al representar gráficamente las premisas quedó también representada la conclusión. Solo es válido el silogismo si la conclusión quedó automáticamente representada.

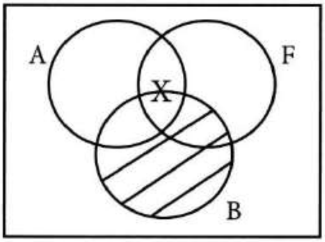
Ejemplo:

Algunos filántropos son albaneses
Todos los barbudos son albaneses
Luego, algunos barbudos son filántropos

Filántropos	=	F
Albaneses	=	A
Barbudos	=	B

Algunos son	=	i
Todos son	=	a
Algunos son	=	i

FiA
BaA
BiF



Como vemos la conclusión no ha quedado automáticamente graficada, por tanto el silogismo no es válido.

Actividad

Determine si los silogismos son válidos

1.Cualquier joven es deportista
Ningún anciano es joven
Ningún anciano es deportista

2.Los animales son instintivos
Los animales son seres vivientes
Los seres vivientes son instintivos

3.Algunas conclusiones que salen de la experiencia son verdaderas
Ninguna conclusión que sale de la experiencia es totalmente segura
Algunas conclusiones verdaderas no son totalmente seguras

QUINTA UNIDAD

LÓGICA DE LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

CAPÍTULO I :Lógica e hipótesis

I.1. Naturaleza de una hipótesis de investigación

¿Qué es una hipótesis? Una hipótesis es una suposición o una conjetura. Metodológicamente hablando es una solución provisional a un problema.

1.1.Formulación una hipótesis de investigación.

Partiendo de la consideración de una hipótesis como una explicación y/o solución provisional sobre un problema para el cual no existía hasta el momento una explicación o solución conocida, una hipótesis científica debe tener las siguientes características distintivas:

1. Atinencia: Directamente relacionada con el problema planteado.
2. Constrastabilidad: Capacidad de ser sometida a prueba para ser aceptada o rechazada.
3. Compatibilidad con hipótesis previas bien confirmadas: En la medida de lo posible evitar que entre en contradicción y/u oposición con el conocimiento previamente establecido en el área.
4. Poder predictivo: Capacidad de poder explicar otros hechos o fenómenos similares al hecho o fenómeno por el cual fue propuesta.
5. Simplicidad: Formulada de tal modo que sea lo más sencilla posible.

I.2. Lógica de la contrastación de hipótesis.

Esquema lógico-formal de la contrastación de hipótesis:

1.Detección de un problema.
2.Formulación de una explicación o solución provisional (hipótesis).
3.Derivación o deducción a partir de la hipótesis de consecuencias observables.
4.Contrastación de las consecuencias con los hechos.
5.Evaluación de la contrastación: Positiva o negativa.

6.Evaluación de la hipótesis: Verificada, se mantiene hasta que se demuestre lo contrario. Falsada, se rechaza.

Actividad

Lea un novela de detectives y reconstruya el proceso de investigación seguido para resolver el caso.

CAPÍTULO II : Lógica, ciencia y valores

II.1. Los valores de la ciencia

La actividad científica no es neutral ni está exenta de supuestos filosóficos. No es neutral porque supone valores. Y contiene supuestos filosóficos porque existe una moral de la ciencia, una ética del investigador y una visión del mundo (ontología).

La ciencia pura supone como valor supremo la búsqueda del saber y la verdad. Po el lado ético existe una endomoral y una exomoral de la ciencia. La endomoral es la moral interna de la propia comunidad de científicos mientras que la exomoral es la moral externa, de la sociedad en la cual se encuentra un científico concreto o toda una comunidad científica.

II.2 Valor de las explicaciones científicas y no científicas y su lógica.

Explicar es responder a la pregunta "¿por qué?". La explicación busca la(s) causa(s) de un suceso, acontecimiento, hecho o fenómeno observado.

A diferencia de la Hipótesis, la explicación científica no es algo provisional sino ya corroborado o confirmado.

En términos generales podemos decir que la explicación científica es la explicitación de las causas que originan o producen un suceso, hecho o fenómeno. Esta explicitación, sin embargo, debe tener cierto tipo de estructura y debe cumplir ciertos requisitos formales. Caso no cumplir con estos requisitos, será una explicación no científica.

Estructura:

Una explicación científica está conformada de un hecho, suceso o fenómeno que se requiere explicar llamado "explanandum" o "explicandum" así como su(s) causa(s) llamada(s) "explanans" o "explicans".

Explicación ⟵ Explicans

Suceso a explicar ⟵ Explicandum

Requisitos:

Son los mismos que los exigidos para las hipótesis científicas.

III.3. Los científicos en acción.

Comencemos con un caso histórico.

En el Hospital General de Viena, en la división de maternidad, existían dos secciones. La primera sección estaba a cargo de los médicos y estudiantes de los últimos años mientras que la segunda sección estaba a cargo de comadronas que recibían entrenamiento médico.

Contrariamente a lo que se supondría, la tasa de mortalidad en la primera sección era sumamente alta en comparación con la segunda.
El Dr. Ignatz Semmelweis (1818-1865) era el jefe de la división de maternidad y estaba sumamente preocupado por este hecho.
La primera explicación que se propuso era que los médicos (todos hombres) eran más bruscos en sus reconocimientos.

Semmelweis decidió contrastar dicha opinión y observó atentamente el procedimiento de reconocimiento que llevaban a cabo tanto los médicos y estudiantes de medicina como las comadronas. Concluyó que no había diferencias significativas.
Otra explicación común por aquella época eran los "malos aires" o "zonas epidémicas" sin embargo descartó casi de inmediato dicha explicación ya que ¿cómo podía ser tan selectiva?

Una tercera explicación fue que la posición de descanso de las parturientas de la segunda sección, a cargo de las comadronas, era lateral mientras que las de la primera sección, a cargo de los médicos, era

boca arriba.
Para contrastar esta explicación Semmelweis indicó a los médicos que acomodaran a las mujeres de la primera sección también de costado. Pasado un tiempo la mortalidad seguía igual.

Una cuarta explicación que se le ocurrió fue la dieta pero esta quedó casi de inmediato descartada pues todas comían lo mismo una vez hospitalizadas.
Una quinta explicación era que el capellán del hospital pasaba por los pasadizos de la primera sección haciendo sonar una campanilla, esto podría, se pensaba, impactar negativamente en las mujeres. Semmelweis prohibió la campanilla y cambió la circulación del capellán.

Sin embargo las mujeres seguían muriendo.
Sumamente estresado por no encontrar solución a un problema que había estado aquejando a Viena durante años, decide tomarse unas vacaciones por orden de su superior.
A su vuelta se entera que su colega, el Dr. Kolechka, había muerto con los mismos síntomas de la fiebre puerperal.

Al inquirir por las circunstancias que habían rodeado la muerte de su colega, se le comunicó que esta ocurrió algunos días después de haberse cortado un dedo con un escalpelo mientras llevaba a cabo una necropsia.
En ese momento Semmelweis cayó en la cuenta de que él y sus colegas podían haber sido los causantes de tantas muertes de parturientas.

Esto se debía a que ellos pasaban a reconocer a las pacientes inmediatamente después de las clases de disección y solo después de haberse practicado un ligero lavado de manos.
Para poner a prueba esta posible explicación, ordenó que todos los médicos y los estudiantes, luego de las clases de disección y antes de las clases de ginecología se lavaran las manos y limpiaran las uñas con una solución clorada.

Luego de unas semanas de haber puesto en práctica esta medida el índice de mortalidad en la primera sección bajó ligeramente; en algunos

meses la disminución era dramática.
De ahí concluyó que la "matera cadavérica" era la causa de las muertes de las parturientas.
Semmelweis pensó haber encontrado la solución a su problema pero un nuevo hecho vino a perturbar su tranquilidad

Luego de haber reconocido a una paciente con cáncer cervical ulcerado, y luego de haberse lavado ligeramente las manos, pasó a reconocer a las parturientas. Cerca del 80% de las examinadas por él aquél día fallecieron de fiebre puerperal.
Esto llevó a Semmelweis a reformular su anterior explicación y concluyó que "todo tipo de materia pútrida" es causante de dicha dolencia.

Cabe destacar que con este trabajo Semmelweis dio los primeros pasos en la dirección que Louis Pasteur (1822-1895) inauguraría más adelante al descubrir los microorganismos y el papel que estos juegan en las infecciones (1864) un año después, Joseph Lister (1827-1912) desarrolló un método para eliminar los microorganismos de las heridas y de las incisiones.

¿Cuál ha sido el procedimiento seguido?
Realicemos una reconstrucción

1.Descripción de la realidad problemática
2.Planteamiento del problema
3.Planteamiento de la hipótesis o la solución provisional al problema
4.Deducción de la hipótesis de consecuencias observables
5.Contrastación empírica de las consecuencias
6.Si la contrastación es negativa, la hipótesis ha sido refutada y se requiere plantear una nueva hipótesis
7.Planteamiento de la nueva hipótesis o solución provisional al problema
8.Deducción de la nueva hipótesis de consecuencias observables
9.Contrastación empírica de las consecuencias de la nueva hipótesis
10.Si la contrastación es positiva, la hipótesis ha sido verificada o confirmada por lo que se la acepta como PROVISIONALMENTE verdadera.

Actividad

Averigüe los siguientes casos de investigación y descubrimiento científicos

1.Louis Pasteur y la penicilina.
2.Harvey y la circulación de la sangre.

CAPÍTULO III. Lógica y tecnología: Aplicación de la lógica en el diseño de circuitos eléctricos

III.1. Naturaleza

La lógica tiene aplicaciones prácticas en la informática y el la electrónica. En la primera en el diseño de lenguajes de programación así como en la Inteligencia Artificial (IA), en la segunda en el diseño de circuitos, por dar un ejemplo. Nosotros no concentraremos en este último aspecto.

III. 1. 1. Los circuitos

Cualquier proposición de LP puede simbolizarse como un pequeño circuito con una entrada de corriente, un switcher o interruptor y una salida de corriente. Así, por ejemplo, la proposición 'p' puede ser representada como el siguiente circuito:

En donde la primera y tercera línea representan la entrada y salida de corriente respectivamente y la línea intermedia el interruptor.

Ahora bien, como ya sabemos una proposición puede ser o verdadera o falsa. En ese sentido, como un interruptor o bien está dejando paso al flujo de energía (prendido) o bien lo está cortando (apagado), podemos, por analogía, desarrollar una equivalencia entre ambos. Así, si 'p' es verdadero, el interruptor estará prendido y si 'p' es falso el interruptor estará en apagado.

p = V
p

p = F
p

¿Qué pasa con la negación? La respuesta es muy sencilla, si una proposición es verdadera, negada será falsa y viceversa por lo que se graficará del mismo modo el circuito correspondiente. Sin embargo, la negación para el tema de los circuito no se grafica '~' , sino como una comilla en la parte superior de la proposición formalizada.

p = V
~p = F

p'

Ahora bien, en caso no se especifiquen los valores de verdad de las proposiciones, por defecto se asume que la proposición tiene valor de verdad verdadero, por lo que, también por defecto si se niega una proposición cuyo valor de verdad no se ha especificado se asume que el valor de verdad de la proposición negada será falso.

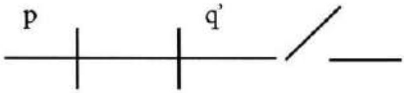
III.1.1.1. Circuitos en línea:

Se denomina a un circuito 'circuito en línea' cuando tenemos dos o más circuitos ordenados uno después de otro. Se da esta forma cuando el conector u operador proposicional es una conjunción.

Por ejemplo, sea el esquema proposicional: p ∧ ~q

Como no se nos informa sus respectivos valores de verdad, se asume por defecto que el valor de verdad de 'p' es lo verdadero y el de 'q' es lo falso.

Como la conjunción es un operador que indica unión entonces se representan ambos circuitos unidos:



En otras palabras, siempre que tenemos dos o más proposiciones unidas por una conjunción el esquema a graficar será el del circuito en línea. Además, este ordenamiento es compatible con el valor de verdad del operador '$\wedge$' que es verdadero únicamente cuando ambas proposiciones son de valor de verdad verdadero. En el caso de circuitos, la verdad se transforma en paso de energía y la falsedad en no paso de energía. De ahí que, si observamos el circuito, nos percataremos que para que la energía pueda salir del circuito se requiere que ambos switcher estén cerrados, estos es, ambas proposiciones sean verdaderas. Hay así una equivalencia entre la función de verdad de la conjunción y el paso del flujo de energía en el circuito en línea.

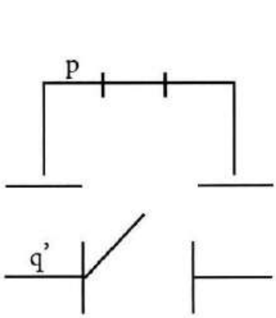
III.1.1.2.Circuitos en paralelo

Se denomina a un circuito 'circuito en paralelo' cuando tenemos dos o más circuitos individuales ordenados uno sobre otro. Se da esta forma cuando el conector u operador proposicional es una disyunción.

Por ejemplo, sea el esquema proposicional: p v ~q

Como no se nos informa sus respectivos valores de verdad, se asume por defecto que el valor de verdad de 'p' es lo verdadero y el de 'q' es lo falso.

Como la disyunción es un operador que indica alternancia entonces se representan ambos circuitos como alternativos:



En otras palabras, siempre que tenemos dos o más proposiciones unidas por una conjunción el esquema a graficar será el del circuito en línea.

Las dos líneas perpendiculares a los circuitos nos indican gráficamente que el fluido de energía una vez que ingresa al circuito se bifurca en dos líneas alternas una de ellas representada por 'p' y la otra por 'q'. Además, este ordenamiento es compatible con el valor de verdad del operador 'v' que es falso únicamente cuando ambas proposiciones son de valor de verdad falso. En el caso de circuitos, la verdad se transforma en paso de energía y la falsedad en no paso de energía. De ahí que, si observamos el circuito, nos percataremos que para que la energía pueda salir del circuito se requiere que por lo menos un switcher esté abierto, estos es, no habrá paso de energía solo en el caso que ambas proposiciones sean falsas. Hay así una equivalencia entre la función de verdad de la disyunción y el paso del flujo de energía en el circuito en paralelo.

III.1.2.Circuitos compuestos

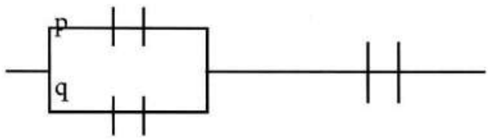
Por lo anterior podemos decir que los circuitos lineales se reducen a los dos modelos básicos que hemos presentado: circuitos en línea y circuitos en paralelo, los cuales equivales a los esquemas lógicos de la conjunción y la disyunción respectivamente. Sin embargo, no aparecen solo en línea o solo en paralelo, como no hay esquemas solo conjuntivos o disyunyivos sino que puede darse una combinación de ellos, en ese caso lo que tiene que hacer el alumno es simplemente adaptar los esquemas aprendido al nuevo contexto. Veamos un caso.

Sea el esquema a analizar el siguiente: $[(p \vee q) \wedge r]$

Como no se nos indica el valor de verdad de las respectivas proposiciones se asume, por defecto, que este es verdadero.

Una vez establecido aquello tenemos que descomponer analíticamente es esquema. De este modo nos percatamos que nuestra primera parte del circuito será un circuito en paralelo para las variables 'p' y 'q', al que luego tendremos que agregar el circuito correspondiente de 'r' sin embargo el conecto no es una disyunción sino una conjunción por lo que nuestro primer esquema (en paralelo) deberá estar unido en línea con el segundo.

Establecido lo anterior no queda sino graficar:



Nuestro gráfico nos dice que tenemos un circuito en el cual el que representa a 'p' y el que representa a 'q' son en paralelo debido a que dichas variables está unidas por una disyunción y que el que representa a 'r' está con el anterior en paralelo debido a que esta variable está unida con el esquema disyuntivo anterior a través de una conjunción.

III.2. Reducción de esquemas proposicionales

¿Qué pasa con los esquemas condicionales y bicondicionales? Pues que para que puedan ser representados como circuitos lógicos necesitan ser reducidos a un lenguaje con únicamente disyunciones, conjunciones y negaciones.

Esta reducción es sencilla si dominamos las reglas de equivalencia. Así, el condicional puede ser reducido, por definición a disyunción y negación o, si así lo deseamos a conjunción y negación. Veamos un ejemplo:

Sea nuestro esquema: $p \rightarrow q$
Por definición del condicional tenemos: $\sim p \vee q$
Por Teorema de De Morgan tenemos: $\sim (p \wedge \sim q)$

Si bien es cierto en circuitos lógicos trabajamos con un lenguaje de tres operadores (conjunción, disyunción y negación) podemos simplificar aún más nuestro lenguaje –a través del uso del Teorema de De Morgan- y trabajar solo con dos operadores; conjunción y negación o disyunción y negación según sea el caso. El primero de estos esquemas se conoce como forma normal conjuntiva y el segundo como forma normal disyuntiva. Con ello podemos obtener circuitos únicamente en línea o únicamente en paralelo.

Actividad

Represente los circuitos correspondientes a los siguientes esquemas

1.$p \vee \sim q$
2.$[(p \vee q) \wedge r]$
3.$(p \longleftrightarrow q) \rightarrow (q \wedge r)$
4.$(q \vee r) \longleftrightarrow [(p \wedge q) \quad (r \longleftrightarrow \sim s)]$
5.$\{[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \quad (p \vee r)\} \rightarrow (q \vee s)$

Bibliografía

Alchourrón, Carlos; Méndez, José (y) Orayen, Raúl: Lógica, Madrid, Trotta, 1995, colección Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía.

Chávez, *Alejandro: Introducción a la Lógica, Lima, Imprenta Chávez, 2001*

Copy, Irving: *Introducción a la Lógica, Bs. As., EUDEBA, 1981.*

Copy, Irving (y) Cohen, Carl: *Introducción a la Lógica, México, Limusa, 1995.*

Garrido, Manuel: Lógica simbólica, Madrid, Tecnos, 1997.

Piscoya, Luis: *Lógica, Lima, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 1997.*

Quine, Willard Van Ormand: *Los Métodos de la Lógica, Barcelona, Planeta-Agostini, 1993.*

Redmond, Walter: *Lógica Simbólica Para Todos, México, Universidad Veracruzana, 1999.*

Rosales, Diógenes (y) Trelles, Oscar: *Introducción a la Lógica, Lima Pontificia Universidad Católica del Perú, 1999.*

Schreiber, Rupert: Lógica del Derecho, Bs. As., Sur, 1967.

Suppes, Patrick: *Introducción a la Lógica Simbólica, México, Compañía Editorial Continental, 1969.*

Suppes, Patrick (y) Hill, Shirley: *Introducción a la Lógica Matemática, México, Reverté, 1996.*

Este libro se terminó de imprimir en los talleres
gráficos de la Universidad Alas Peruanas
Los Gorriones 264, Chorrillos
Lima- Perú
2012

UAP

UNIVERSIDAD ALAS PERUANAS

En la experiencia diaria, esperamos que las personas tengan razones para lo que dicen o hacen: buscamos un principio de realidad, pues la lógica necesita demostraciones racionales que fundamenten las conclusiones y respondan nuestra ciencia y conocimiento en general. Este volumen es un estimulante estudio de la lógica; exposición amena y rigurosa que gana el interés del lector e incluye un detallado análisis de sus temas con excepcional sentido didáctico.

ISBN: 978-612-4097-32-4

9 786124 097324

Fondo Editorial